**البرنامج الدولي لتقييم الطلبة (PISA) 2021**

**الإطار المعرفي العام لمجال ممعرفة الرياضيات (المسودة الأولى)**

جدول المحتويات

[**لمحة عامة**](#_Toc15199284) **1**

[**المقدمة**](#_Toc15199285) **3**

[**ماذا تعني معرفة الرياضيات** ؟](#_Toc15199286) 6

[كيف يرى الذين يعرفون الرياضيات PISA2021](#_Toc15199287) 10

[الرابط الواضح بين مجموعة متنوعة من مجالات المسائل في PISA2021](#_Toc15199288) 12

[الدور الملموس للأدوات الرياضية بما فيها التكنولوجيا في PISA2021](#_Toc15199289) 13

[**تنظيم المجال**](#_Toc15199290) 14

[الاستدلال الرياضي وعملية حل المسائل 18](#_Toc15199291)

[المعرفة بمحتوى الرياضيات](#_Toc15199292) 24

[مجالات أسئلة الاختبار والمهارات المختارة في القرن الحادي والعشرين 34](#_Toc15199293)

[**اختبار معرفة الرياضيات** 37](#_Toc15199294)

[هيكلية اختبار الرياضيات في البرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA2021](#_Toc15199295) 34

[التوزيع المطلوب للدرجات المسجلة على الاستدلال الرياضي وحل المسائل 53](#_Toc15199296)

[التوزيع المطلوب للدرجات في فئة المحتوى 38](#_Toc15199297)

[مجالات صعوبة الأسئلة 39](#_Toc15199298)

[هيكلية أداة الاستبانة](#_Toc15199299) 40

[اختبار الرياضيات القائم على الحاسوب 43](#_Toc15199300)

[تصميم أسئلة اختبار الرياضيات في PISA2021 44](#_Toc15199301)

[تصحيح الأسئلة 46](#_Toc15199302)

[المعرفة الرياضية واستبانة الخلفية 47](#_Toc15199303)

[**ملخص** 50](#_Toc15199304)

**لمحة عامة**

**البرنامج الدولي لتقييم الطلبة (PISA) 2021**

**الإطار المعرفي العام لمجال معرفة الرياضيات (المسودة الأولى)**

1. هذه الوثيقة هي المسودة الأولى للإطار العام لمجال الرياضيات في البرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA2021، وقد وضعت على أيدي مجموعة من الخبراء في الرياضيات ، تحت إشراف مركز تراينغل للأبحاث الدولية ( (RTI المتعهد الدولي الذي يقود هذا العمل. و وضعت بتوجيهات من مجموعة الإرشاد الاستراتيجية للرياضيات والتي عملت خلال 2017 ، بالإضافة إلى توجيهات من مجلس إدارة PISA في اجتماعها الرابع والأربعين في باريس في نوفمير عام 2017. سوف تخضع مسودة الإطار هذه إلى عدة جولات من المراجعات والتعديلات والإضافات منذ الان إلى العام 2020. وقد وضعت اللمسات النهائية على المسودة الثانية في خريف 2018 آخذة بعين الاعتبار التغذية الراجعة المقدمة عن المسودة الأولى

**2 .المهام المنوطة بمجلس إدارة PISA ( PGB ) :**

- التعليق على المسودة الأولى للإطار العام

- إعطاء توجيهات من أجل مزيد من التحسينات

3**. قبل تقديم النسخة النهائية للإطار يجب إضافة التالي:**

- أمثلة توضيحية ومراجع لهذه الأمثلة التوضيحية على الاستدلال الرياضي، وكل واحدة من عمليات حل المسائل، و مجالات المحتوى الرياضي الأربعة.

- مرفق يوفر عرضا للعلاقة بين الرياضيات ومعرفة الرياضيات، والتفكير الحسابي.

- فقرة تتعلق بهيكلية الدراسة الاستقصائية.

- يستبدل الشكل 3 بلقطة شاشة ( سكرين شوت ) لمحاكاة CBMA عندما يتاح ذلك

- تضاف أرقام مقياس الكفاءة لمعرفة الرياضيات، بعد جمع البيانات.

- الفقرة رقم 17 سوف تتوسع لتوفر وصفاً أفضل للشخصيات والمنظمات التي لعبت دورا في تطوير هذا الإطار المعرفي.

**المقدمة**

4. يولي البرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA2021 أهمية خاصة لاختبار الرياضيات، فالرياضيات هي المجال الرئيس الذي يختبر في هذه الدورة. صحيح أنها قُيَمت واختبرت في الأعوام 2000، 2003، 2006، 2009، و2012، و 2015، و 2018 إلا أنها لم تكن المجال الرئيس إلا في العامين 2003 و 2012.

5. إن تكرار اختيار الرياضيات لتكون المجال الرئيس في البرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA2921 يمنح الفرصة لاستمرار عقد المقارنات بين أداء الطلبة مع مرور الوقت، وإعادة اختبار ما الذي يجب تقييمه في ضوءالتغيرات التي وقعت في العالم وفي حقل سياسة التوجيهات النظرية والممارسات العملية.

6. لكل دولة منظورها في تحديد ما هي معرفة الرياضيات، فتنظم أمور تعليمها في مدارسها لتحقيق نتائج ومخرجات متوقعة. إن ما كانت تشمله معرفة الرياضيات عبر التاريخ هو امتلاك المهارات الحسابية و القيام بالعمليات الحسابية التي تشمل الجمع والطرح والضرب وقسمة الأعداد الكلية، والعشرية والكسور وحساب النسبة المئوية وحساب مساحة وحجم الأشكال الهندسية البسيطة.

تسود في الوقت الحالي رقمنة ( التحويل إلى أرقام) لمناحي كثيرة في الحياة، وانتشار البيانات في كل مكان، حتى في اتخاذ قرارات شخصية تتعلق بالصحة والاستثمار ، بالإضافة إلى التحديات المجتمعية والتي تتناول مواضيع مختلفة مثل تغيرات المناخ، و الضرائب، والديون الحكومية، والنمو السكاني، وانتشار الأوبئة والأمراض، والاقتصاد العالمي ،كل ذلك عمل على إعادة تشكيل معنى أن تكون كفء أو متمكن في الرياضيات وأن تكون مسلحاً بما يلزم من معرفة تمكنك من أداء دورك كمواطن قادر على الانخراط والمشاركة بفاعلية في القرن الحادي والعشرين.

7. إن المسائل الحرجة التي ذكرت وغيرها من المسائل التي تواجهها المجتمعات حول العالم ، لها مكونات كمية عادة . لذلك فإن فهم هذه المسائل والتعامل معها ، ولو على الأقل بشكل جزئي، يتطلب الاستدلال الحسابي . إن هذا الاستدلال، وفي سياقات أشد تعقيدا، لا يتأتى بالمعرفة الأساسية أو إعادة إنتاج و توليد صيغ من نفس الأساسيات، ولا يتأتى بالأساليب الحسابية البسيطة التي ذكرت سابقا، بل بالاستدلال. والدور المهم للاستدلال يتطلب إعادة النظر في المعنى الحقيقي لعبارة " أن يمتلك الطالب الكفاءة في الرياضيات ". تتخطى معرفة الرياضيات الحقيقية حدود حل المسائل، وتصل مستوى أكثر عمقا ، يصل إلى الاستدلال الرياضي والتفكير الحسابي وتؤدي إلى الفطنة و العقلانية والذكاء في حل المسائل في القرن الحادي والعشرين.

8. تواجه الدول اليوم أشكالا جديدة من التحديات والمشاكل في جميع مجالات الحياة. ينشأ الكثير من هذا المشاكل بسبب الانتشار السريع للحواسيب والأجهزة المحوسبة مثل الروبوتات والهواتف الذكية والأجهزة المرتبطة والمتصلة والتي تعمل بشكل شبكات. على سبيل المثال العدد الضخم من الطلبة والشبان و البالغين الذين دخلوا الجامعة بعد العام 2015، عرفوا واستخدموا طوال حياتهم الهواتف المتحركة المحمولة ، والقادرة على مشاركة الصوت والنص والصور والولوج إلى الشبكة العنكبوتية، فمع أن هذه الامكانيات بنظرهم طبيعية وشائعة ينظر لها آباؤهم غالبا على أنها خيال علمي، ومؤكد أن أجدادهم يرونها كذلك أيضاً. إن إدراك اتساع الهوة المتزايدة ، والفجوة الآخذة بالاتساع ، التي تؤدي إلى انقطاع الاتساق بين القرن الماضي والمستقبل ،قد دفع إلى عقد نقاشات كثيرة حول تطور مهارات الطلبة في القرن الواحد والعشرين .

 9. إن هذا الانقطاع هو الذي يولد الحاجة إلى إصلاح التعليم ، ويولد التحدي المتمثل في تحقيق هذا الإصلاح. يقوم واضعو السياسات وغيرهم من المختصين و أصحاب العلاقة بإعادة النظر في معايير وسياسات التعليم العام بشكل دوري. في إطار هذه المداولات ، يتم إنشاء أجوبة جديدة أو منقحة على سؤالين عامين: 1) ما الذي يحتاج الطلاب إلى تعلمه ، و 2) وما المواضيع التي يلزم كل طالب أن يتعلمها؟ الحجة الأكثر استخدامًا في الدفاع عن تعليم الرياضيات لجميع الطلبة هي فائدتها في مختلف المواقف العملية . ومع ذلك، فإن هذه الحجة وحدها تضعف بمرور الوقت، فقد تمت أتمتة الكثير من الأنشطة البسيطة. منذ وقت ليس ببعيد ، كان العاملون في المطاعم يمسكون الورقة والقلم لحساب الفاتورة التي على الزبون دفعها. أما اليوم فما عليهم إلا الضغط على زر جهاز محمول باليد . ومنذ وقت ليس ببعيد استخدم الناس الجداول الزمنية المطبوعة للتخطيط للسفر ، فإدراك اختلاف التوقيت بين الدول لم يكن شيئاً بديهياً ، أما اليوم فيكفينا الاستعلام المباشر من الشبكة العنكبوتية.

 10. فيما يتعلق بالسؤال "ماذا نُعلًم" ، ينشأ الكثير من سوء الفهم من طريقة تصور الرياضيات. يرى كثير من الناس أن الرياضيات ليست أكثر من صندوق أدوات مفيدة. ويمكن العثور على أثر واضح لهذا النهج في المناهج الدراسية في العديد من الدول. تقتصر هذه الأدوات في بعض الأحيان على قائمة موضوعات محددة أو إجراءات الرياضيات الشائعة، حيث يُطلب من الطلبة ممارسة القليل من هذه الموضوعات و في مواقف يمكن التنبؤ بها ،وهي غالبًا قابلة للاختبار. وبالنسبة لعالمنا اليوم فإن هذا المنظور لللرياضيات ضيق للغاية فهو يتغاضى عن السمات الرئيسة للرياضيات والتي تزداد أهميتها.

11. إن الإجابة على هذه الأسئلة في النهاية هي أن كل طالب يجب أن يتعلم ، وأن يمنح الفرصة لتعلم التفكير الرياضي ، وذلك باستخدام الاستدلال الرياضي ، وفي نفس الوقت تعلم مجموعة صغيرة من المفاهيم الرياضية الأساسية التي تدعم هذا الاستدلال، والتي قد لا تدرس بشكل مباشر ، بل قد يتم إظهارها وتعزيزها من خلال تجارب الطالب التي يعايشها ويختبرها من خلال تعلمه الرياضيات. هذا يزود الطلبة بإطار عمل مفاهيمي يمكن من خلاله معالجة الأبعاد الكمية للحياة في القرن الحادي والعشرين. هذه هي المعرفة الرياضية الجديدة التي تتضمن ليس فقط حل المسائل، بل تتجاوز ذلك إلى مستوى الكفاءة والتمكن في الرياضيات.

 12. إن الهدف من تصميم الإطار المعرفي لPISSA2021 هو أن تصبح علاقة الرياضيات بالطلبة الذين تبلغ أعمارهم 15 عامًا أكثر وضوحًا ، وقد أبقت على الأسئلة التي تم تطويرها في سياقات حقيقية ذات معنى. ولا تزال دورة النمذجة الرياضية التي استخدمت في الأطر السابقة ( OECD (2004 ؛ 2013 )، لوصف المراحل التي يمر بها الأفراد في حل المسائل السياقية ، سمة رئيسة للإطار المعرفي ل PISA2021. وهي تستخدم للمساعدة في تحديد العمليات الرياضية التي يشارك فيها الطلبة أثناء قيامهم بحل المسائل. تلك العمليات التي ستوفر، جنبا إلى جنب، مع الاستدلال، الأبعاد الأساسية لمعرفة مستويات معرفة الطلبة.

13. بالنسبة لـ PISA2021 ، سيكون التقييم القائم على الكمبيوتر للرياضيات (CBAM) هو الوسيلة الأساسية لتطبيق تقييم المعرفة الرياضية، ومع ذلك ، سيتم توفير أدوات التقييم الورقية للدول التي تختار عدم اختبار طلابها عن طريق الحاسوب. لقد تم تحديث الإطار المعرفي ليعكس أيضًا التغير في طريقة تأدية الامتحان الذي تم تقديمه في عام 2015 ، بما في ذلك مناقشة ما يجب أخذه بعين الاعتبار والقيام به لإظهار تطور أسئلة CBAM ، هذا سيكون أول تحديث رئيس للإطار المعرفي للرياضيات منذ بداية تطبيق التقييم القائم على الحاسوب في اختبارات PISA.

14. عند العمل على تطوير إطار عمل PISA2021 ، أخذت بعين الاعتبار توقعات منظمة التعاون والتنمية الاقتصادية (OECD) بزيادة عدد الدول منخفضة ومتوسطة الدخل . يدرك الإطار المعرفي العام ل PISA2021 بشكل خاص

**-الحاجة إلى زيادة الدقة في اختبارات PISA في الطرف الأدنى من توزيع أداء الطلاب، ويتم ذلك من خلال إطار PISA من أجل التنمية (OECD ، 2017 ) .**

**-** **كما ويدرك الحاجة إلى توسيع نطاق الأداء في الطرف الأدنى**

-**وأهمية إدراج مجموعة واسعة من السياقات الاجتماعية والاقتصادية**

- **وتوقع دمج تقييم للطلبة الذين تتراوح أعمارهم بين 14 و 16 سنة خارج المدرسة**.

 15 .أصبح استخدام الحاسوب والآلات الحاسبة يشكل جزءا متزايدا من حياتنا اليومية، وعند إجراء أية عملية رياضية، وهذا انعكس على الاعتراف بالإطار المعرفي العام للبرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA2021، ذلك أن الطلبة يجب أن يمتلكوا القدرة على إظهار مهاراتهم في التفكير الحسابي، وجعلها جزء من ممارسة حل المسائل. وما نقصده هنا بمهارات التفكير الحسابي هو: التعرف على الأنماط، والتحليل، وتحديد أدوات الحوسبة (إن وجدت) والتي يمكن استخدامها في تحليل المسألة أو حلها، وتعريف الخوارزميات كجزء من الحل التفصيلي. ومن خلال إبراز أهمية التفكير الحسابي ، يتوقع الإطار أن تعيد الدول المشاركة التفكير في دور التفكير الحسابي في التربية ومناهج الرياضيات .

16. تم تنظيم الإطار المعرفي العام للرياضيات PISA2021 في ثلاثة أقسام رئيسة كالتالي: - القسم الأول : يشرح "تعريف المعرفة الرياضية" ، ويوضح الأسس النظرية لاختبار الرياضيات PISA ، بما في ذلك التعريف الرسمي لبناء المعرفة الرياضية. - القسم الثاني ويصف ،"تنظيم المجال" وهو يصف أربعة جوانب: أ) **الاستدلال الرياضي والعمليات الرياضية الثلاث** (دورة النمذجة / حل المسائل) ؛ ب) **الطريقة التي يتم بها تنظيم معرفة المحتوى الرياضي في الإطار المعرفي PISA2021**  ، **ومعرفة المحتوى ذي الصلة بتقييم الطلبة الذين تبلغ أعمارهم 15 عامًا** ؛ ج) **العلاقة بين المعرفة الرياضية وما يسمى بمهارات القرن الحادي والعشرين** ؛ د) **السياقات التي سيواجه فيها الطلبة تحديات رياضية**. - القسم الثالث ويوضح ، "**تقييم المعرفة الرياضية"** ، **القضايا الهيكلية حول التقييم** ، بما في ذلك مخطط الاختبار والمعلومات التقنية الأخرى.

17. كتب الإطار المعرفي العام ل PISA2021 بناء على توجيه من مجموعة خبراء الرياضيات 2021 (MEG) ، وهي هيئة تم تعيينها بواسطة المتعهدين الرئيسيين ل PISA ، و بالتشاور مع مجلس إدارة PISA (PGB). كان من بين أعضاء MEG علماء الرياضيات ومدرسي الرياضيات وخبراء في مجال التقييم والتقنية والأبحاث التعليمية، من دول مختلفة.

**ماذا تعني معرفة الرياضيات ؟**

18. لا بد من فهم الرياضيات لإعداد جيل شاب قادر على المشاركة في المجتمع الحديث، فالنسبة المتزايدة من المشكلات التي تواجهنا في الحياة اليومية من سياقات مهنية وغيرها، تتطلب هذا الفهم للرياضيات من اجل فهم هذه المشكلات ومن ثم حلها بشكل صحي. فالرياضيات أداة ضرورة وحاجة ماسة خاصة للشباب الذين يواجهون مشكلات وتحديات مختلفة

19. لذلك لا بد للشبان من فهم الرياضيات واستخدامها للدرجة التي تمكنهم من التفكير في حياتهم والتخطيط لمستقبلهم واستخدام المنطق في التفكير بمشاكلهم التي تمس جوانب مهمة من حياتهم وحلها. ولا بد هنا من الإشارة إلى ان الاختبار الذي يخضع له الطلبة في سن 15 عاما هو بمثابة مؤشر مبكر يفيد الدولة في تحديد الكيفية التي يستجيب بها الأفراد ويتجاوبون مع الأمور والقضايا والمواقف المتنوعة في حياتهم المستقبلية، ويشركون الرياضيات ويعتمدون على التفكير الرياضي في حل هذه المشكلات بالشكل الملائم.

20. وكأساس للتقييم الدولي للطلبة في سن 15 عاماً، فمن المنطقي أن نسأل: "ما هي الأشياء المهمة التي ينبغي أن يعرفها المواطنون ويستطيعون القيام بها في الحالات التي تشتمل على الرياضيات؟". ولنكون محددين أكثر، لنصيغ السؤال على النحو التالي: ما الذي تعنيه الكفاءة في الرياضيات بالنسبة لشاب في سن 15 عاماً، قد أنهى المدرسة أو يستعد لمتابعة المزيد من التدريب المتخصص لاستكمال حياته المهنية أو من أجل الحصول على القبول في الجامعة؟ ومن المهم أن يُنظر إلى بناء مهارات الرياضيات، الذي يتم تبنيه في الإطار المعرفي هذا للإشارة إلى قدرة الأفراد على استخدام التفكير الرياضي وحل المشكلات في السياقات المختلفة والمتنوعة في القرن الحادي والعشرين ، لا أن ينظر إليه على أنه مرادف للحد الأدنى أو المستوى المنخفض من المعارف والمهارات. إن المقصود منه وصف كفاءات الأفراد على التفكير الرياضي واستخدام المفاهيم والإجراءات والحقائق والأدوات الرياضية لوصف الظواهر وتفسيرها أو التنبؤ بها. ويشدد هذا المفهوم للمعرفة الرياضية ، على أهمية امتلاك الطلاب إدراكاً قوياً لمفاهيم الرياضيات البحتة ،ويشدد على أهمية و فوائد الانخراط في عمليات استكشاف عالم الرياضيات المجرد. وفقاً لتعريف PISA يؤكد الإطار المعرفي العام للرياضيات تأكيداً قوياً على مدى الحاجة إلى تطوير قدرة الطلبة على استخدام الرياضيات وتطبيقها في مجالاتها فمن المهم أن يمتلك الطلبة خبرات ثرية في فصول الرياضيات الخاصة بهم لتحقيق ذلك. ويُعد ذلك صحيحاً بالنسبة للطلبة ذوي 15 عاماً الذين أوشكوا على إنهاء دراستهم الرسمية لمادة الرياضيات، بالإضافة إلى أولئك الذين سيواصلون دراستهم الرسمية للرياضيات في المستقبل. إضافة إلى ذلك، يمكن القول أنه بالنسبة لكل الطلبة تقريباً، يزداد الدافع لتعلم الرياضيات عندما يرون مدى ارتباط ما يتعلمونه بالعالم خارج الفصول، ومدى ارتباطه بالمواد الأخرى.

21. إن معرفة الرياضيات تتجاوز حدود العمر. على سبيل المثال، يُعرّف برنامج التقييم الدولي للكفاءات (PIAAC) التابع لمنظمة التعاون والتنمية الاقتصادية ((OECD في الميدان الاقتصادي الحساب بأنه القدرة على الوصول إلى المعلومات والأفكار الرياضية واستخدامها وتفسيرها ونقلها ، من أجل المشاركة في المتطلبات الرياضية، في مجموعة من مواقف حقيقية يمر بها البالغون في حياتهم . إن أوجه التشابه بين هذا التعريف للحساب، وتعريف PISA2021 لتعليم المعرفة الرياضية للطلبة الذين تبلغ أعمارهم 15 عامًا، هي علامات واضحة وغير مفاجئة.

22. يجب أن يراعي اختبار المعرفة الرياضية للطلبة في سن 15 عامًا الخصائص ذات الصلة لهؤلاء الطلبة . لذلك تبرز الحاجة إلى تحديد ما هو المناسب لهذا العمر من محتوى وسياق ولغة . كما أن هذا الإطار المعرفي يميز بين الفئات العريضة من المحتوى، والتي تعد مهمة للمعرفة الرياضية للأفراد عمومًا ، وموضوعات المحتوى المحددة المناسبة للطلبة بعمر 15 عامًا. . إن المعرفة الرياضية ليست سمة يمتلكها الفرد أو لا يمتلكها. بل إن المعرفة الرياضية معرفة مستمرة الاكتساب ، حيث لدى بعض الأفراد معرفة رياضية أكثر من غيرهم ، وإن هذه المعرفة قد تنمو باستمرار ولا تتوقف عند حد معين.

23. تعريف المعرفة الرياضية لأغراض البرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA2021:
**معرفة الرياضيات هي أن يمتلك الفرد القدرة على التفكيرالرياضي، وصياغة وتفسيروتوظيف الرياضيات في حل المسائل ، وفي مجموعة متنوعة من السياقات والمجالات في العالم الحقيقي. ويشمل المفاهيم والإجراءات والحقائق والأدوات لوصف وشرح الظواهر والتنبؤ بها. إنه يساعد الأفراد على إدراك الدور الذي تلعبه الرياضيات في العالم، ويساعد الأفراد في بناء الأحكام على أسس سليمة وفي اتخاذ القرارات اللازمة ، والتي يحتاجها مواطنو القرن الحادي والعشرين ليكونوا بناة مشاركون وفاعلون في مجتمعاتهم.**

24. عند مقارنة الإطار العام ل PISA2021 مع إطاريّ العامين PISA2003 و PISA2012 ، نجد عددا من التحولات في عالم الطالب والتي بدورها تبين تحول في كيفية تقييم المعرفة الرياضية ، بالمقارنة مع النهج المستخدم في الأطر السابقة. إن الحاجة اليوم هي أكثر بكثير من مجرد إجراء عمليات حسابية أساسية، إنها حاجة العالم ليكون فيه المواطنون مبدعين ومشاركين ، قادرين على الحكم على أنفسهم وعلى المجتمع الذي يعيشون فيه ، في عالم سريع التغير محكوم بالتكنولوجيات والاتجاهات الجديدة.

25. تلعب التكنولوجيا دورًا متزايداً في حياة الطلبة ، لذلك فإن المسار الطويل الأجل للمعرفة الرياضية يجب أن يشمل أيضًا العلاقة المتكاملة والمتبادلة بين الاستدلال الرياضي والتفكير الحسابي ، كعملية تفكير، الهدف منها صياغة المسائل وتصميم حلول لها، في النموذج الذي يمكن تنفيذه بواسطة الحاسوب أو بواسطة الإنسان أو تنفيذه بمزيج من كليهما( Cuny, Snyder and Win 2010 ) . إن الأدوار التي يلعبها التفكير الحسابي في الرياضيات تشمل كيف تتفاعل مواضيع رياضية محددة مع مواضيع حوسبية محددة ، وكيف يكون التفكير الحسابي مكملاً للتفكير المنطقي ( Gadanidis ، 2015 ؛ Rambally ، (2017 . على سبيل المثال ، يناقش( 2002 Pratt and Noss ) استخدام عالم حسابي مصغر لتطوير المعرفة الرياضية في حالة الاحتمالية والعشوائية؛ ويقترح (Gadanidis et al. 2018) أسلوب لإشراك الأطفال الصغار عن طريق فكرة " نظرية المجموعات" ، وذلك باستخدام مزيج من أدوات التفكير العملي والحسابي. ومن ثم ، بينما يتطور تعليم الرياضيات في مجال الأدوات المتاحة والطرق المحتملة، لدعم الطلبة في استكشاف الأفكار القوية في التخصص ( Pei، Weintrop and Wilensky، 2018 ) ، والاستخدام المدروس لأدوات التفكير الحسابي ومجموعات المهارات اللازمة لتعميق تعلم محتويات الرياضيات من خلال خلق ظروف تعلم Weintrop ) 2016 وآخرون) علاوة على ذلك ، توفر أدوات التفكير الحسابي للطلبة سياقًا يمكنهم من خلاله إعادة إنشاء تراكيب مجردة (من خلال استكشاف مفاهيم الرياضيات والتفاعل معها بطريقة ديناميكية) ، بالإضافة إلى التعبير عن الأفكار بطرق جديدة والتفاعل مع المفاهيم من خلال الوسائط وأدوات التمثيل الحيوية) والتعبير عن الأفكار بطرق جديدة، والتفاعل مع المفاهيم من خلال وسائل الإعلام وأدوات التقديم الجديدة .

كيف يرى الأفراد الذين يمتلكون معرفة الرياضيات PISA2021

26. تركز اللغة المستخدمة في تعريف معرفة الرياضيات على المشاركة الفعالة في الرياضيات، ويُقصد توظيف التفكير الرياضي وحل المسائل عن طريق ستخدام المفاهيم والإجراءات والحقائق والأدوات الرياضية في وصف الظواهر وتفسيرها والتنبؤ بها.

27. من المهم أن نلاحظ أن هذا التعريف لا يركز فقط على استخدام الرياضيات لحل مسائل الواقع، لكن أيضا يحدد الاستدلال الرياضيي كأساس لمعرفة الرياضيات. إن المساهمة التي قدمها إطار PISA2003 أنه أظهر مركزية الاستدلال الرياضي لدورة حل المسائل ومعرفة الرياضيات بشكل عام.

28. الشكل 1 يصور العلاقة بين الاستدلال الرياضي وحل المسائل كما هو موضح في دورة النمذجة الرياضية لكل من الإطار المعرفي ل PISA2003 والإطارالمعرفي ل. PISA2012. يوضح الشكل العلاقة بين التفكير وحل المسائل بشكل عام والإطارة المعرفي ل PISA 2021 بشكل خاص.

**الشكل 1. المعرفة الرياضية: العلاقة بين التفكير الرياضي و دورة حل المسائل (النمذجة).**



التوظيف

التفسير و التقييم

 التفكير

الصياغة

29. من أجل أن يحوز الطلبة معرفة الرياضيات لا بد أن يكونوا أولا قادرين على استخدام معرفتهم بالرياضيات وبمحتواها من اجل التعرف على الطبيعة الرياضية للموقف ، أي للمسألة ، والمواقف التي واجهتهم في العالم الحقيقي، ثم صياغة هذا الموقف او هذه المسألة صياغة رياضية. إن هذا الانتقال من موقف واقعي غامض وفوضوي، إلى مسألة حسابية معروفة ومحددة ، تتطلب الاستدلال الرياضي وربما يكون هو العنصر الحاسم فيما تعنيه المعرفة الرياضية. وعندما يتم إجراء هذا التحول بنجاح ، تحتاج المسألة الرياضية الناتجة إلى حل عن طريق توظيف مفاهيم الرياضيات والخوارزميات والإجراءات التي يتم تدريسها في المدارس. وقد يتطلب الأمر اتخاذ قرارات استراتيجية بشأن اختيار الملائم من الأدوات وترتيب تطبيقها. ويعتبر هذا أيضا مظهر من مظاهر الاستدلال الرياضي. أخيرًا ، يذكرنا تعريف PISA بحاجة الطالب إلى تقييم الحل الرياضي وذلك بواسطة تفسير النتائج قي العالم الواقعي. بالإضافة إلى ذلك ، يجب أن يمتلك الطلبة القدرة على إظهار امتلاكهم مهارات التفكير الحسابي كجزء من ممارساتهم لحل المسائل. وتتضمن هذه المهارات: **التعرف على الأنماط** **، التحليل ، تحديد أيا من أدوات الحوسبة (إن وجدت) يمكن استخدامها في تحليل المسألة ، وتحديد الخوارزميات، كجزء من الحل المفصل.**

30. على الرغم من التداخل بين الاستدلال الرياضي وحل مسائل العالم الحقيقي ، إلا أن هناك جانب من جوانب الاستدلال الرياضي يتجاوز حل المسائل العملية، وهو أيضا وسيلة للتقييم وبناء البراهين والتفسيرات والاستدلالات ذات الصلة مع المناظرات السياسية العلنية العامة الهامة، والتي بحكم طبيعتها الكمية ، أفضل ما يكون فهمها فهما رياضياً.

31. لذلك فإن المعرفة الرياضية تشمل جانبين متصلين: وهما الاستدلال الرياضي وحل المسائل. و تلعب المعرفة الرياضية دورا هاما في جعل الفرد قادرا على استخدام الرياضيات في حل مسائل العالم الحقيقي. ومع ذلك ، فإن الاستدلال الرياضي أيضا يتجاوز حل المسائل بالمعنى التقليدي، لتشمل أيضا الأحكام الواعية والمتعلقة بشكل عام بالقضايا الأسرية والمجتمعية والتي يمكن حلها والتعامل معها رياضيا. كما يتضمن إصدار أحكام حول صحة المعلومات التي تمس الأفراد من خلال تحليل سلوكياتهم وإخضاعها للمنطق. ومن هنا يظهر اسهام الاستدلال الرياضي في تطوير مهارات القرن الواحد والعشرين ( والتي ستناقش في مكان آخر من هذا الإطار)

32. تبين الدائرة الخارجية للشكل 2 أن المعرفة الرياضية تحدث في سياق التحديات أو المسائل التي تنشأ في العالم الحقيقي.

**الشكل 2. PISA2021: العلاقة بين الاستدلال الرياضي ، دورة (النمذجة) لحل المسائل، والمحتويات الرياضية ، والمجال،والمهارات المختارة للقرن 21.**



33. يوضح الشكل 2 العلاقة بين المعرفة الرياضية كما تم توضيحها في الشكل 1 و: مجالات المحتويات الرياضية التي يتم فيها تطبيق المعرفة الرياضية ، ومجالات المسائل، ومهارات القرن الحادي والعشرين المختارة ، التي تتميز أنها داعمة للمعرفة الرياضية ومتطورة من خلالها.

34. تتضمن فئات محتوى الرياضيات: الكمية ، الارتياب والبيانات ،التغيير والعلاقات ، والفراغ والشكل. هذه هي الفئات الرياضية التي من معرفتها يستطيع الطلبة استنتاج التفكير المنطقي، وصياغة المسألة تتم عن طريق تحويل موقف من الحياة الواقعية إلىى مسألة رياضية ، ثم حل المسألة حال صياغتها، وبعد ذلك نلجأ إلى تفسير الحل الذي تم اختياره وأخيرا تقييمه.

35. كما هو الحال في الأطر المعرفية السابقة ، فإن مجالات السياق الأربعة، ا لتي تواصل PISA استخدامها لتحديد خبرات الواقع هي المجالات الشخصية والمهنية والمجتمعية والعلمية. قد يكون المجال ذا طابع شخصي ، حيث ينطوي على مشاكل أو تحديات قد تواجه الأفراد، أو الأسرة أو مجموعات الأقران. وقد يتم تعيين المسألة بدلاً من ذلك في المجال المجتمعي (يركز على مجتمع الفرد - سواء كان محليًا أو وطنيًا أو عالميًا) ، أو سياق مهني (يركز على عالم العمل) أو سياق علمي (يتعلق بـتطبيق الرياضيات في العالم الطبيعي والتكنولوجي.

36. تم اختيار مهارات القرن الحادي والعشرين التي تعتمد عليها المعرفة الرياضية وتطويرها، ثم تم تضمينها لأول مرة في الإطار المعرفي العام للبرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA2021 كما هو موضح في الشكل 2 . مزيد من التفاصيل حول مهارات القرن الحادي والعشرين، تجده في القسم التالي من هذا الإطار. . لكن ينبغي الآن التأكيد على أنه في حين أن المجالات (الشخصية والمجتمعية والمهنية والعلمية) تؤثر على تطوير أسئلة الاختبار ، فلا يتوقع الآن تطوير الأسئلة عمدا من أجل دمج أو معالجة مهارات القرن الحادي والعشرين.، بل يتوقع ان تحديد مهارات القرن الحادي والعشرين سيتم بشكل تلقائي وسيتم دمج هذه المهارات مباشرة مع الأسئلة كاستجابة لجوهر هذا الإطار.

37. من الواضح أن لغة التعريف والتمثيل في الشكل 1 والشكل 2 تحتفظ بفكرة النمذجة الرياضية وتدمجها ، وهي تعرف تاريخيا أنها حجر الزاوية في الإطار المعرفي ل PISA للرياضيات ، OECD)
2004 . OECD ، ( 2013 . إن دورة النمذجة (صياغة وتوظيف وتفسير وتقييم) هي جزء أساس في مفهوم PISA للطلبة المتعلمين رياضيا ، لكن ليس من الضروي الانخراط في كل مرحلة من مراحل دورة النمذجة ، خاصةً في سياق التقييم Galbraith) ، Henn and Niss، ( 2007 . وهذا ما يحدث غالبا عندما يقوم أشخاص بأجزاء مهمة من دورة النمذجة الرياضية ويأتي دور المستخدم النهائي لينفذ بعض الخطوات منها ، وليس كلها..على سبيل المثال ، في بعض الحالات تعطى التمثيلات الرياضية كالرسوم البيانية أو المعادلات التي يمكن التلاعب بها مباشرة ، وذلك من أجل الإجابة على بعض الأسئلة في بعض الحالات، أو للتوصل لبعض الاستنتاجات. في حالات أخرى ، قد يستخدم الطلبة المحاكاة الحاسوبية لاكتشاف تأثير أي تغير في المتغير في النظام أو البيئة. لهذا السبب ، فإن العديد من أسئلة PISA تتضمن أجزاء فقط من دورة النمذجة. قد يتذبذب حل المسألة أحيانا بين إعادة النظر في القرارات السابقة والافتراضات . قد تمثل كل عملية تحديات كبيرة ، وقد تطلب إعادة الدورة بأكملها

38. تشير الأفعال الثلاثة "يصيغ" و "يوظف" و "يفسر" إلى العمليات الثلاث التي يشارك بها الطلبة الذين يعملون بفعالية على حل المسائل. إن صياغة المواقف رياضيا تتطلب تحديد الفرص لتطبيق الرياضيات واستخدامها. وهذا يشير إلى أنه يمكن تطبيق الرياضيات لفهم أو حل مسألة معينة أو مواجهة تحدٍ معين . وهذا يقتضي القدرة على التعامل مع موقف مفروض بشكل جامد غير لين، وتحويله إلى شكل قابل للمعالجة الرياضية ، له بنية رياضية وتمثيلات رياضية ومتغيرات رياضية محددة، وصياغة افتراضات مبسطة للمساعدة في حل المسألة أو في مواجهة التحدي. إن استخدام الرياضيات يشتمل على تطبيق الاستدلال الرياضي أثناء استخدام المفاهيم الرياضية والإجراءات والحقائق والأدوات الرياضية لاستخلاص حل رياضي. حل يشمل إجراء العمليات الحسابية ، والتعامل مع التعابير الجبرية والمعادلات ،أو النماذج الرياضية الأخرى ، وتحليل المعلومات من المخططات والرسومات الرياضية بطريقة رياضية ، وتطوير الأوصاف والشرح الرياضي، واستخدام الأدوات الرياضية لحل المسائل. كما وينضوي تحت تفسير الرياضيات التفكير في الحلول أو النتائج الرياضية وتفسيرها في سياق مسألة أو تحدي. كما أن التقييم الرياضي للحلول، أو ايجاد العلاقة المنطقية بين الحل وبين المشكلة، تحديد ما إذا كانت النتائج معقولة ومنطقية وتنطبق في السياق أم لا، كل ذلك يدخل ضمن التفسير الرياضي.

39. أدرج في الإطار المعرفي العام ل PISA2021 ولأول مرة ، ذلك التداخل بين الاستدلال الرياضي والتفكير الحسابي الذي يولد مجموعة مماثلة من الآراء، وعمليات التفكير، والنماذج الذهنية التي يحتاجها المتعلمون للنجاح في عالم يتزايد فيه تحكم التكنولوجيا باستمرار. إلى جانب مجموعة من الممارسات التأسيسية التي يتم وضعها بشكل متكرر تحت مظلة التفكير الحسابي (أي التجريد والتفكير الحسابي والأتمتة والتحليل والتعميم) وهي أيضًا عنصر جوهري في الاستدلال الرياضي وعملية حل المسائل.

 تصور طبيعة التفكير الحسابي في الرياضيات على أنها تعريف واستخدام المعرفة الرياضية التي يمكن التعبير عنها عن طريق البرمجة ، مما يسمح للطلبة بنمذجة المفاهيم والعلاقات الرياضية بشكل ديناميكي. يستلزم تصنيف ممارسات التفكير الحسابي الموجهة نحو تعلم الرياضيات والعلوم بشكل خاص، جمع البيانات وممارسات النمذجة والمحاكاة، وممارسات حل المسائل الحسابية وممارسات التفكير الممنهج Weintrop et al).، 2016 )

 إن الدمج بين الاستدلال الرياضي (مجال محدد) والتفكير الحسابي (المجال العام) ليس فقط ضروريًا لتقديم الدعم الكبير الذي يهدف إلى تطوير إدراك الطلبة المفاهيمي للمجال الرياضي ، ولكن أيضًا لتطوير مفاهيمهم ومهاراتهم في التفكير الحسابي ، ومنح المتعلمين رؤية أكثر واقعية للطريقة التي تمارس فيها الرياضيات في العالم المهني، وإعدادهم بشكل أفضل لممارسة مهن في المجالات ذات الصلة (Basu et al. ، 2016 ؛ Benton et al. ، 2017 ؛ بPei ، Weintrop ، 2018 ؛ Behshti et al. ، 2017 ).

**الرابط الواضح بين مجموعة متنوعة من المجالات للمسائل في PISA2021**

. 40. إن الإشارة إلى "مجموعة متنوعة من المجالات في العالم الواقعي" في تحديد معنى المعرفة الرياضية هي فكرة مقصودة بعينها فهي تهدف إلى الارتباط بمجالات محددة موصوفة ومدعومة بالأمثلة في وقت لاحق في هذا الإطار. إن السياقات المحددة نفسها ليست مهمة بحد ذاتها ، لكن الفئات الأربع المختارة للاستخدام هنا (الشخصية والمهنية والمجتمعية والعلمية) تعكس مجموعة واسعة من المواقف التي قد يلتقي فيها الأفراد بالفرص الرياضية. يقر التعريف أيضًا بأن المعرفة الرياضية تساعد الأفراد على إدراك الدور الذي تلعبه الرياضيات في العالم واتخاذ أنواع الأحكام والقرارات التي تستند إلى أسس سليمة، واللازمة للمواطنين المنتجين والمشاركين الفعالين في بناء المجتمع.

**الدور الملموس للأدوات الرياضية بما فيها التكنولوجيا في PISA2021**

 41. يشمل تعريف المعرفة الرياضية صراحة استخدام الأدوات الرياضية. وتشمل هذه الأدوات مجموعة متنوعة من المعدات المادية والرقمية، والبرمجيات والآلات الحاسبة. إن الأدوات الرياضية القائمة على الحاسوب شائعة الاستخدام في أماكن العمل في القرن الحادي والعشرين، وستصبح أكثر انتشارًا مع مرور الزمن سواء في مكان العمل أو في المجتمع بشكل عام. إن طبيعة المشاكل اليومية والمتعلقة بالعمل وما يلزم الأفراد ليكونوا قادرين على استخدام التفكير الرياضي والمنطق في المواقف التي توجد فيها الأدوات الحسابية، قد توسعت مع هذه الفرص الجديدة ، وهذا بدوره خلق توقعات معززة للمعرفة الرياضية.
42. منذ دورة عام 2015 ، كان التقييم القائم على الحاسوب (CBA) هو الوسيلة الأساسية للاختبار ، على الرغم من توفر الامتحان الورقي المناظر له لتلك الدول التي اختارت عدم اختبار طلبتها عن طريق الحاسوب. ومع ذلك ، كان تقييم المعرفةالرياضية لعامي 2015 و 2018 القائم على الحاسوب اختياري
43. سيكون تقييم الرياضيات القائم على الحاسوب (CBAM) أحد أشكال المعرفة الرياضية في عام 2021. على الرغم من أن خيار التقييم الورقي سيبقى متاحا بالنسبة للبلدان التي ترغب في ذلك، فإن CBAM في الرياضيات لن يستمر كخيار متاح . وستناقش الفرص التي يخلقها هذا الانتقال بمزيد من التفصيل لاحقا في هذا الإطار.

**تنظيم المجال**

44. يُعرف إطار رياضيات PISA مجال الرياضيات في دراسة PISA، ويصف منهجاً لتقييم معرفة الرياضيات لدى الطلبة البالغين من العمر 15 عاماً. ويعني ذلك قياس إلى أي حد يستطيع الطلبة في سن ال 15 ممارسة معرفتهم الرياضية وممارسة التفكير الرياضي، عند مواجهتهم للمواقف والمسائل، التي يظهر أغلبها في مجالات العالم الحقيقي.

45. وعلى مستوى أغراض التقييم، يمكن تحليل تعريف البرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA2021 للمعرفة الرياضية من حيث ثلاثة جوانب متداخلة:

* الاستدلال الرياضي وحل المسائل ( والذي يتضمن العمليات الرياضية التي تصف ما يقوم به الأفراد لربط سياق المسألة بالرياضيات وبالتالي حلها)
* محتوى الرياضيات المقرر استخدامه في أسئلة التقييم.
* المجالات التي تقع فيها أسئلة التقييم، مصاحبة لمهارات القرن الواحد والعشرين التي تدعم المعرفة الرياضية والتي تطورت أصلاً بهذه المعرفة.

46. وتقدم الأقسام التالية تفاصيل أكثر عن هذه الجوانب. ومع تسليط الضوء على هذه الجوانب من المجال، فإن الإطار المعرفي للرياضيات في PISA2021 يساعد على ضمان أن تعكس أسئلة الاختبار الموضوعة للدراسة مجالا واسعا من التفكير الرياضي وحل المسائل والمحتوى والسياقات ومهارات القرن الحادي والعشرين، لذلك يعتبر وحدة متكاملة ، فأسئلة الاختبار التعريفات التي وضعها هذا الإطار للمعرفة الرياضية بشكل جدي وتأخذها بعين الاعتبار. لقد وقفت بعض الأسئلة المستندة إلى منظور تعريف PISA2021 للمعرفة الرياضية، خلف تنظيم هذا القسم من الإطار، وهذه الأسئلة هي:

* ما العمليات التي يقوم بها الأفراد عند التفكير الرياضي وعند حل المسائل الرياضية السياقية.
* ما معارف محتوى الرياضيات التي نتوقعها من الأفراد، ومن الطلبة في سن 15 عاماً على وجه التحديد؟
* ما السياقات التي يمكن ان تكون فيها المعرفة الرياضية قابلة للملاحظة والتقييم وكيف يمكن أن يتفاعل ذلك مع مهارات القرن الحادي والعشرين.

**الاستدلال الرياضي وعملية حل المسائل**

**الاستدلال الرياضي**

47. إن القدرة على التفكير المنطقي، وتقديم الحجج بطرق نزيهة ومقنعة، هي مهارة تزداد أهميتها في العالم المعاصر. فالرياضيات علم يدور حول أشياء ومفاهيم محددة جيدًا، ويمكن تحليلها وتحويلها والتعامل معها بطرق مختلفة باستخدام "الاستدلال الرياضي" للحصول على استنتاجات صالحة ودائمة للأشياء التي كان لا يرقَ إليها شك.

يتعلم الطلبة من خلال الرياضيات أنهم عن طريق اتباع التفكير الصحيح والافتراضات، يتوصلون إلى نتائج موثوق بصحتها. إضافة إلى ذلك فإن هذه الاستنتاجات والنتائج منطقية وموضوعية، وبالتالي فهي نزيهة، ولا تحتاج إلى المصادقة عليها من قبل أية سلطة خارجية.

48. فوائد هذا النوع من الاستدلال تتجاوز حدود الرياضيات، ولكن تعلمه وممارسته ضمن الرياضيات هو أكثر فاعلية، لأنه يتمتع بميزة المجال المحدد الكامل، مما يخلق بيئة تدريب مريحة، ويضم طلبة متمكنين واثقين من خبراتهم الحقيقية والموضوعية.

49. للاستدلال الرياضي بُعدان كلاهما مهم في الحياة المعاصرة. البعد المهم الأول هو الاستنتاج من خلال الافتراضات الواضحة، والذي يعتبر إحدى السمات المميزة للرياضيات البحتة. في الشرح السابق تم التشديد على فائدة هذه المقدرة.

50. البعد المهم الثاني هو التفكير الإحصائي والاحتمالي. فعلى المستوى المنطقي ، يوجد في الوقت الحاضر تشويش مستمر في أذهان الأفراد بين ما هو ممكن وما هو محتمل ، وهذا التشويش يؤدي إلى وقوع الكثيرين فريسة لنظرية المؤامرة والأخبار الكاذبة. وعلى الجانب القني، فإن عالم اليوم يتميز بالتعقيد المتزايد وتتمثل أبعاده المتعددة بتيرابايت من البيانات ومن أشد التحديات التي ستواجها البشرية في المستقبل هو فهم هذه البيانات، ويجب أن يكون طلبتنا على دراية بطبيعة هذه البيانات واتخاذ قرارات مستنيرة في سياق التباين والارتياب.

51. إن قوة الرياضيات منذ بداياتها تتجلى في قدرتها على اختزال السياقات المعقدة وإعادتها إلى المباديء الأساسية، ويعمل تعليم الرياضيات الجيد على تطوير القدرة على البحث عن هذه المباديء الأساسية سواء في سياقات أساسية جيدة التصميم أو سياقات بالغة التعقيد

52. إن جوهر المعرفة الرياضية هو الاستدلال الرياضي ، وهو مدعوم بواسطة عدد صغير من "الأفكار الرياضية الكبيرة" التي تستند إلى محتوى محدد ومهارات محددة ، وتستند إلى الخوارزميات المتضمنة في الرياضيات المدرسية، وهناك على الأقل ستة "أفكار كبيرة" توفر هيكلًا ودعمًا للاستدلال الرياضي. وهذه "الأفكار الكبيرة" هي كما يلي:

• أنظمة الكم و الأعداد، و خصائصها الجبرية

• الرياضيات بصفتها نظام قائم على التجريد والتمثيل الرمزي.

•العلاقات الوظيفية بين الكميات

• النمذجة الرياضية بصفتها نافذة على العالم الحقيقي (على سبيل المثال تلك التي تنشأ في العلوم الفيزيائية والبيولوجية والاجتماعية والاقتصادية والسلوكية)
• التباين باعتباره أساس الإحصاء.

* التركيب الرياضي وانتظامه

يوفر وصف كل من "الأفكار الكبيرة" التالية نظرة عامة على الأفكار. قد تبدو الأوصاف مجردة ، لكن ليس المقصود منها معالجتها بطريقة مجردة في اختبار PISA. الرسالة التي يجب أن تغطيها الأوصاف هي كيفية ظهور هذه الأفكار من خلال الرياضيات التي تدرس في المدارس، وأننا إن عملنا على زيادة وقوعها وتكرارها في التعليم فإننا ندعم ونشجع ونعزز مقدرة الطلبة على تطبيقها في سياقات جديدة ومختلفة.

نظم الكميات والأعداد وخصائصها الجبرية

53. قد تكون الفكرة الأساسية للكمية هي أكثر الجوانب الرياضية انتشارًا وضرورة في التعامل مع العالم (OECD ، 2017 ، ص18 ). إنها أساسا تتعامل مع القدرة على مقارنة عدد العناصر في مجموعات من الأشياء . إن القدرة على العد عادة تنطبق على مجموعات صغيرة خاصة أن مجموعة فرعية صغيرة من الأرقام تطلق عليها أسماء خاصة بها في معظم اللغات. لكن عندما نقوم بتقييم مجموعات أكبر ، فإننا ننخرط في عمليات أكثر تعقيدًا مثل التقريب، والتطبيق. وترتبط فكرة العد ارتباطًا وثيقًا بعملية أساسية أخرى هي تصنيف الأشياء والذي يظهر فيه الجانب الترتيبي للأرقام. ويعتبر القياس الكمي لصفات الأشياء والعلاقات والأوضاع والكيانات في العالم أحد أكثر الطرق الأساسية لتصور العالم من حولناOECD) ، 2017 ).

54. إلى جانب العد، تعتبر الأعداد الأمر الأساس للقياس ، والذي قد يجادل البعض ويبرهن بأن ممارستة أساسية في استخدام الرياضيات لحل المسائل المتعلقة بعالمنا. كما ذكر عالم الرياضيات الأسكتلندي - اللورد كلفن ذات مرة في محاضرة ألقاها في معهد المهندسين المدنيين في لندن في 3 مايو 1883: "عندما يمكنك قياس ما تتحدث عنه والتعبير عنه بالأرقام ، فأنت تعرف عنه، لكن عندما لا تستطيع قياسه ، وعندما لا تستطيع التعبير عنه بالأرقام، فإن معرفتك عنه ضحلة وغير مرضية. "

55. هذه "الفكرة الكبيرة" تتضمن المفهوم الأساس للعدد وأنظمة الأعداد المتداخلة (على سبيل المثال ، من الأعداد الكلية إلى الأعداد الصحيحة إلى النسبية إلى الحقيقية) وحساب الأعداد والخصائص الجبرية التي تتمتع بها الأنظمة. ومن المفيد أن نفهم كيف أن أنظمة الأعداد الموسعة هذه تمكن الطلبة تدريجيا على حل معادلات أكثر تعقيدًا . إن هذا يزود الطلبة بالأساس السليم لتمكينهم من إدراك هيكل وبنية الرياضيات على أرض الواقع في حياتهم المستقبلية.

56. لاستخدام تحديد الكميات بفاعلية، لا يكفي ان يكون الشخص قادراً على استخدام وتطبيق الأعداد فقط، بل يجب أن يكون قادرا على استخدام نظم الأعداد أيضاً. فلو نظرنا لارتباط الأعداد نفسها ببعضها لوجدناه ارتباطا ضعيفا، لكن ما يجعلها أداة فعالة هو العمليات التي نستطيع انجازها باستخدامها. كما أن الفهم العميق للعمليات العددية هو أساس التفكير الرياضي.

57. من المهم أيضًا فهم مسائل التمثيل ( بصفتها رموز تشتمل على أعداد، ونقاط على خط أعداد، وكميات هندسية، ورموز خاصة مثل pi e2 ( وكيفية التنقل بينها ، الطرق التي تتأثر بها هذه التمثيلات بأنظمة الأعداد، الطرق التي تكون بها الخواص الجبرية لهذه الأنظمة ذات علاقة وذات أهمية للتشغيل داخل الأنظمة ، وأهمية الهويات المضافة والمتعددة ، الارتباطية ، التبادلية ، والملكية الموزعة للضرب على الجمع. تقوم المبادئ الجبرية بتطبيق نظام القيمة الموضعية ، مما يسمح بالتعبير الاقتصادي عن الأرقام والمناهج الفعالة للعمليات عليها.

58. لا يمكن إنكار مركزية العدد كمفهوم رئيس في جميع المجالات الرياضية سواء تلك التي يتم التعامل معها هنا أو في التفكير الرياضي نفسه. ويعد فهم الطلبة للمبادئ والخصائص الجبرية التي تم التعامل معها لأول مرة من خلال العمل مع الأعداد أمرًا أساسيًا لاستيعابهم مفاهيم الجبر التي تضمنتها مناهجهم ودرسوها في المدرسة الثانوية ، جنبا إلى جنب مع قدرتهم على التعامل مع تعبيرات الجبر اللازمة لحل المعادلات باتقان إلى جانب فهمهم واتقانهم وضع النماذج ، ووظائف الرسوم البيانية ، وبرمجة وصيغ جداول البيانات. مرفق مع تفسير أنماط الأعداد ، ومقارنة الأنماط ، وغيرها من المهارات العددية التي تزداد أهمية وتطورًا في عالم اليوم الذي يستخدم البيانات بكثافة .

**الرياضيات كنظام قائم على التجريد والتمثيل الرمزي**

59. نشأت الأفكار الأساسية للرياضيات في العالم من التجارب والخبرات الإنسانية التي تولدت منها الحاجة إلى الاتساق والترتيب و التنبؤ لسير تلك التجارب ونتائجها. إن العديد من العناصر الرياضية هي نماذج للواقع ، أو على الأقل تعكس جوانب من الواقع بشكل أو بآخر. ومع ذلك ، فإن جوهر التجريد في الرياضيات هو أنه نظام قائم بذاته ، ومن وجودها داخل هذا النظام تستمد العناصر الرياضية معناها . والتجريد ينطوي على منح الاهتمام المقصود والانتقائي لأوجه الشبه المشتركة بين العناصر الرياضية ومن ثم بناء العلاقات بين تلك العناصر بناء على أوجه الشبه بينها. في الرياضيات المدرسية، يشكل التجريد العلاقات بين الأشياء الملموسة والتمثيلات الرمزية، بما فيها الخوارزميات والنماذج الذهنية. وتلعب هذه القدرة أيضًا دورًا في العمل مع الأجهزة الحسابية. إن القدرة على البناء والتعامل والتنقل بمهارة، واستخلاص المعاني عن طريق العمل مع التجريد في السياقات التكنولوجية هي إحدى مهارات التفكير الحسابي الهامة.

60. يبدأ الأطفال على سبيل المثال ، تطوير مفهوم "الدائرة" من خلال تجربتهم لعناصر محددة تقودهم إلى فهم بديهي للدوائر وهي أنها "مستديرة تمامًا". قد يرسمون دوائر لتمثيل هذه العناصر، مع ملاحظة أوجه الشبه بين الرسومات لتعميم صفة "الاستدارة" على الرغم من أن الدوائر ذات أحجام مختلفة. تصبح "الدائرة" عنصرا رياضياتًا مجرداً فقط عندما يتم تعريفها على أنها موضع النقاط المتساوية، من نقطة ثابتة، في سطح ثنائي الأبعاد.

61. يستخدم الطلاب تمثيلات - سواء كانت رمزية أو رسومية أو رقمية أو هندسية - لتنظيم وتوصيل استدلالهم الرياضي، هذه التمثيلات تمكننا من تقديم الأفكار الرياضية بطريقة موجزة ، وهي تؤدي بدورها إلى خوارزميات فعالة. تعتبر هذه التمثيلات عنصرًا أساسا في النمذجة الرياضية ، وهذا بدوره يسمح للطلبة باستخلاص صياغة مبسطة أو مثالية لمشاكل العالم الحقيقي. إن هذه التراكيب مهمة أيضًا لتفسير وتحديد سلوك الأجهزة الحسابية.

**تراكيب الرياضيات وانتظامها**

62. عندما يرى طلبة المرحلة الابتدائية: 5 + (3 + 8) يراها بعضهم سلسلة من الرموز تشير إلى إجراء حسابي، يجب أن ينجز بترتيب معين، ووفقًا لقواعد ترتيب العمليات، بينما يرى آخرون رقمًا مضافًا إلى مجموع رقمين آخرين. بينما ترى المجموعة الأخيرة تركيب رياضي ما ، لا يلزم إخبارهم بترتيب العملية ، لأنه يفترض أنهم يعرفون أنه إذا كنت ترغب في إضافة رقم إلى الناتج ، فعليك أولاً حسابه.

63. إن طريقة رؤية التركيب الرياضي كانت ولا تزال مهمة مع انتقال الطلبة إلى الصفوف العليا. فالطالب الذي يرى f (𝑥) = 5 + (𝑥 - 3) 2 يقول أن f (x) هي مجموع 5 والمربع الذي يساوي صفراً عندما يفهم x = 3 أن الحد الأدنى لـ f هو 5. وهذا يمهد أساس التفكير الوظيفي الذي سيناقش في القسم التالي.

64. يرتبط التركيب الرياضي ارتباطا وثيقا بالتمثيل الرمزي. فاستخدام الرموز فعال جداً ، ولكن بشرط أن تحمل معنى ما ترمز إليه ، بدلاً من أن تصبح مجرد أشياء لا معنى لها في الصفحة . إن رؤية التركيب هي طريقة لإيجاد وتذكر معنى التمثيل التجريدي. هذه التراكيب مهمة أيضًا لتفسير وتحديد سلوك الأجهزة الحسابية. وأن تكون قادرًا على رؤية التراكيب هو تصور مهم للمعرفة الإجرائية البحتة.

65. ما العلاقة بين التركيب الرياضي كتعميم معقول لمفهوم رياضي والاستدلال؟ كما توضح الأمثلة أعلاه ، فإن التمكن من رؤية التراكيب في عناصر رياضية مجردة هي وسيلة لاستبدال قواعد التحليل ، والتي يمكن تنفيذها بواسطة الحاسوب مصحوبة بالصور المفاهيمية لتلك المجسمات لتظهر خصائصها بوضوح. الاحتفاظ بالعنصر في الذهن بهذه الطريقة يمثل شكلا من اشكال الاستدلال بمستوى أعلى من التلاعب الرمزي البسيط.
66. إن الإحساس القوي بالبنية الرياضية التي يراها الطلبة يدعم النمذجة أيضاً. وعندما تكون المواد قيد الدراسة ليست مواد رياضية مجردة يصعب تخيلها، بل أشياء حقيقية معروفة وملموسة من العالم الحقيقي المحيط بالطالب، قد تم تصميمها بواسطة الرياضيات ، فإن التركيب الرياضي يمكن أن يوجه النمذجة. كما يمكن للطلبة أيضًا فرض تركيب معين على مواد غير رياضية من أجل إخضاعها للتحليل الرياضي. ويمكن تقريب الشكل غير المنتظم بأشكال أكثر بساطة، معروفة المساحة. ويمكن فهم النمط الهندسي من خلال فرضية التحولات التعددية أو الدورانية أو الانعكاسية والتماثل وتوسيع النموذج ليشمل كل المساحة. التحليل الإحصائي غالبا ما يكون على قدر كبير من الأهمية في فرض تركيب معين على مجموعة معينة من البيانات ، مثلا، بافتراض أنه يأتي من توزيع عادي.

**العلاقات الدالية بين الكميات**

67. يواجه الطلبة في المدارس الابتدائية مشاكل حيث يتعين عليهم العثور على كميات محددة. على سبيل المثال ، ما مدى سرعة القيادة للوصول من توكسون إلى فينيكس ، مسافة 180 كم ، خلال ساعة واحدة و 40 دقيقة؟ هذه المشاكل لها إجابة محددة: لقطع مسافة 180 كم في 1 ساعة و 40 دقيقة يجب أن تقود بسرعة 108 كم في الساعة.

68. في مرحلة ما يبدأ الطلبة بالتفكير في المواقف التي تكون فيها الكميات متغيرة ، أي حيث يعطوا مجموعة من القيم. على سبيل المثال ، ما هي العلاقة بين المسافة المقطوعة ، d ، بالكيلومترات ، والوقت الذي تقضيه في القيادة ، t ، بالساعات ، إذا كنت تقود بسرعة ثابتة قدرها 108 كم في الساعة؟

مثل هذه الأسئلة تقدم علاقات دالية . في هذه الحالة ، تكون العلاقة ، المعبر عنها في المعادلة d = 108t ، علاقة تناسبية ، والمثال الأساس وربما الأهم للمعرفة العامة.

69. يمكن التعبير عن العلاقات بين الكميات بالمعادلات أو الرسوم البيانية أو الجداول أو الأوصاف اللفظية. وكل هذه تمدنا بإحدى الخطوات المهمة في التعلم وهي القدرة على استخلاص فكرة الدالة نفسها ، كعنصر تجريدي مقدم وممثل في هذه التمثيلات. العناصر الأساسية للمفهوم هي: المجال الذي يتم اختيار المدخلات منه ، ثم المجال المقابل الذي تكمن فيه المخرجات ، وعملية إنتاج المخرجات من المدخلات.

70. إن الإشارة بوضوح إلى المجال والمجال المقابل، تتيح إدراج العديد من الموضوعات المختلفة في إطار مفهوم الدالة. إن المنحنى الحدودي هو دالة، مجالها هو مجموعة فرعية من الأعداد الحقيقية ، والتي يكون مجالها المقابل مساحة ثنائية أو ثلاثية الأبعاد. يمكن اعتبار أن **العمليات الحسابية** هي الدوال التي مجالها هو مجموعة أزواج من الأعداد المرتبة. يمكن اعتبار **الصيغ الهندسية** للمحيط والمساحة ومساحة السطح والحجم كدوال مجالها عبارة عن مجموعة من العناصر الهندسية. يمكن اعتبار **التحولات الهندسية** ، مثل الانسحابات والتدوير والانعكاسات والتوسعات ، دوال من الفراغ إلى نفسه.

71. إن التعريف الأكثر رسمية للدالة، بصفتها مجموعة مرتبة من الأزواج أمر يعرف أنه مثير للجدل، وأنه بنفس الوقت نافع في الرياضيات المدرسية. إنه مثير للجدل لأنه يلغي الجانب الديناميكي لتصور الطلبة للدالة: الدالة بصفتها عملية ، أو رسم الخرائط ، أو التنسيق بين كميتين مختلفتين. هذه المفاهيم مفيدة في العديد من الاستخدامات الشائعة للدوال في العلوم وعلوم الحاسوب والمجتمع والحياة اليومية. من ناحية أخرى ، يؤكد تعريف الأزواج المرتبة على ثبات الدالة كعنصر في حد ذاته ، بغض النظر عن الطرق المختلفة لحساب مخرجاتها من مدخلاتها. وبالتالي يوجد أشكال مختلفة للتعبير عن الدالة التربيعية. فمثلا 𝑓 (𝑥) = (𝑥 - 1) (𝑥 - 3) و 𝑓 (𝑥) = (𝑥 - 2) 2 - 1 تلقي الضوء على خصائص مختلفة لنفس العنصر : الأول يدل على الأصفار ، والآخر قيمته الدنيا.

72. في الرسم البياني للدالة يمكن التوفيق بين رؤيتي الدالة: الرؤيةالساذجة التي تراها كعملية ، والرؤية الأكثر تجريدية والتي تراها كعنصر . إن مجموعة من الأزواج المرتبة مظهر من مظاهر العنصر، لكن قراءة الرسم البياني ، وتنسيق القيم على المحاور ، لها جانب ديناميكي أو جانبي. والرسم البياني للدالة هو أداة مهمة لاستكشاف فكرة معدل التغيير. يوفر الرسم البياني أداة مرئية لفهم الوظيفة كعلاقة بين الكميات المتباينة.

**النمذجة الرياضية كعدسة على العالم الحقيقي**

73. النماذج - كما يراها معظمنا- تقدم لنا تصورا للظواهر، وأنها تقدم الواقع بشكل مبسط، وأنها تقدم أيضاً سمات معينة لظاهرة ما، بينما تتجاهل سمات أخرى. , وعليه فإن جميع النماذج خاطئة ، لكن بعضها مفيد Box and Draper)، 1987، ص 424) .

 تأتي فائدة النموذج من قوته التفسيرية و / أو التنبؤية Weintrop et al)، (2016 استنادا إلى ذلك نستطيع القول أن النماذج هي ، تجسيدات للواقع. قد يقدم النموذج تصوراً يُفهم أو يرى تقريبا أو فرضية نافعة تتعلق بظاهرة أو عنصر، أو قد يكون تبسيطًا مقصودًا .

تصاغ النماذج الرياضية باللغة الرياضية، وتستخدم مجموعة واسعة من الأدوات والنتائج الرياضية من الحساب والجبر والهندسة ...الخ). وهكذا . ويتم استخدامها بصفتها وسائل تقدم تصورا أونظرية لظاهرة ، بغرض تحليل وتقييم البيانات إن كان النموذج يلائم البيانات ، كما يستخدم أيضا من أجل التوصل إلى تنبؤات وتوقعات مستقبلية.

 ويمكن تشغيل النماذج بمعنى أنها مصممة للتشغيل بمرور الوقت، أو مع مدخلات مختلفة ، وهكذا نحصل على المحاكاة، وعند وصول هذه النقطة نكون قد وصلنا إلى حيث يمكننا التنبؤ ، ودراسة النتائج ، وتقييم مدى كفاية ودقة النماذج. يجب أن تؤخذ بعين الاعتبار معايير العالم الحقيقي التي تؤثر على النموذج ، والحلول المتطورة باستخدام النموذج.

74. توفر النماذج القائمة على الحاسوب (أو الحسابية) القدرة على اختبار الفرضيات، وتوليد البيانات وإدخال العشوائية وما إلى ذلك. وتتضمن المعرفة الرياضية القدرة على فهم وتقييم واستخلاص المعنى من النماذج الحسابية.

**التباين كأساس للإحصاء**

75. تختلف الكائنات الحية و الأشياء غير الحية في العديد من الخصائص. وينتج عن هذا التباين الكبير صعوبة في وضع قواعد وتعميمات تسري على الجميع دون التنبه إلى أي مدى يصلح هذا التعميم. في الإحصائيات ، ويمثل هذا التباين عنصرًا مركزيا إن لم يكن هو الأساس والجوهر والمركز الذي يدور حوله هذا الحقل بأسره. لكن يميل الناس الذين يختبرون أوضاع وتجارب ممائلة إلى تجاهل الاختلاف أو التباين ، وبالتالي يقترحون تعميمات شاملة ، غالبًا ما تكون مضللة ، بل يمكن القول انها قد تكون خاطئة . إن هذه التعميمات خطيرة فتجاهل التباين في السمة قيد الدراسة هو البذرة التي يتولد منها التحيز وعدم الموضوعية.

76. يتعلق الإحصاء أساسا بحساب التقلبات أو نمذجتها. كما أنها تقاس بالتباين، وفي حالة المتغيرات المتعددة يقاس بمصفوفة التغاير. هذا يوفر بيئة احتمالية لفهم الظواهر المختلفة، وكذلك لاتخاذ القرارات الحاسمة. الإحصاء في كثير من الأحيان هو البحث عن أنماط في سياقات شديدة التغيير : محاولة العثور على إشارة تعرّف "الحقيقة" في خضم الكثير من الضوضاء العشوائية . يتم تعيين "الحقيقة" في علامات الاقتباس لأنها ليست الحقيقة الأفلاطونية التي يمكن أن تقدمها الرياضيات ولكن تقدير الحقيقة المحددة في سياق احتمالي ، مصحوبة بتقدير للخطأ الوارد في العملية. في النهاية ، يُترك صانع القرار معضلة عدم معرفة الحقيقة على وجه اليقين . إن التقدير الذي تم تطويره هو ، في أحسن الأحوال ، مجموعة من القيم الممكنة - كلما كانت العملية أضيق نطاقًا من القيم المحتملة كانت أفضل ، على الرغم من أنه لا يمكن تجنب نطاق القيم المحتملة.

**حل المسائل**

77. يشير تعريف المعرفة الرياضية إلى قدرة الفرد على صياغة وتوظيف وتفسير (وتقييم) الرياضيات. توفر هذه الكلمات ، الصياغة والتوظيف والتفسير ، بنية مفيدة وذات مغزى لتنظيم العمليات الرياضية التي تصف ما يفعله الأفراد لربط سياق المسألة بالرياضيات ومن ثم حلها . سيتم تعيين االأسئلة في اختبار الرياضيات PISA2021 لتشمل إما الاستدلال الرياضي أو واحدة من ثلاث عمليات رياضية:
 صياغة المواقف رياضيا .
 توظيف المفاهيم الرياضية والحقائق والإجراءات والمنطق.
 تفسير وتطبيق وتقييم النتائج الرياضية.

78. من المهم لكل من واضعي السياسات، وأولئك الذين يشاركون عن كثب في التعليم اليومي للطلبة التعرف على مدى فعالية الطلبة في الانخراط في كل عنصر من عناصر نموذج / دورة حل المسائل. تشير **الصياغة** إلى مدى فعالية الطلبة في التعرف على فرص استخدام الرياضيات وتحديدها في المواقف الشائكة ، ثم توفير البنية الرياضية اللازمة لصياغة تلك المسألة المحددة في المجال الرياضي. يشير **التوظيف** إلى مدى قدرة الطلاب على إجراء العمليات الحسابية والتنقل بينها بمهارة، وتطبيق المفاهيم والحقائق التي يعرفونها للتوصل إلى حل رياضي لمسألة تمت صياغتها رياضياً. يتعلق **التفسير(والتقييم)** بمدى فعالية الطلبة في التفكير في الحلول أو الاستنتاجات الرياضية ، وتفسيرها في سياق مسائل العالم الواقعي ، وتحديد ما إذا كانت النتيجة (النتائج) أو الاستنتاج (الاستنتاجات) معقولة و / أو مفيدة . تعتمد منشأة الطلبة في تطبيق الرياضيات على المسائل والأوضاع ، وعلى المهارات المتأصلة بهم في جميع هذه المراحل الثلاثة ، ويمكن لفهم مدى فعالية الطلبة في كل فئة أن يساعد في إثراء المناقشات والقرارات التي يتم اتخاذها وتكون متقاربة من مستوى طلبةالفصل.

79. بالإضافة إلى ذلك ، فإن استخدام أدوات وممارسات التفكير الحسابي من أجل تعريف الطلبة بعمليات حل المسائل الرياضية ، يشجع الطلبة على ممارسة مهارات التنبؤ والتأمل وتصحيح الأخطاء (Bennan and Resnik 2012 ( . إن استخدام لغات البرمجة المستندة إلى الكتل الجديدة ، المصممة لجعل المفاهيم المعقدة أكثر سهولة، واستخدام الإشارات المرئية (مثل اللون والشكل) ، يساعدان الطلبة في التغلب على الصعوبات في بناء الجملة، مما يتيح لعدد أكبر من التلاميذ اكتساب فهم أعمق للأفكار الرياضية من خلال أنشطة البرمجة (

**صياغة المواقف رياضياً**

تشير كلمة **صياغة** الواردة في تعريف معرفة الرياضيات إلى قدرة الأفراد على تمييز الفرص، وتحديد فرص استخدام الرياضيات، ثم توفير بنية رياضية لأي مسألة مقدمة في شكل مرتبط بمجال ما. وفي عملية صياغة المواقف رياضياً، يستطيع الأفراد تحديد المواضع التي يمكنهم فيها استخلاص الرياضيات اللازمة لتحليل المسألة وإعدادها وحلها. فهم يترجمون من مجال العالم الفعلي إلى نطاق الرياضيات، ويقدمون بنية رياضية وتمثيلات رياضية وتحديدا رياضي للمسألة الواقعية، كما يفكرون بعمق بالضوابط والفرضيات الواردة في المسألة، خاصة عملية صياغة المواقف رياضيا والتي تضم أنشطة معينة مثل:

* اختيار النموذج المناسب من قائمة النماذج
* تحديد الجوانب الرياضية لأي مسألة واردة ضمن سياق واقعي وتحديد المتغيرات المهمة.
* تمييز البنية الرياضية (بما في ذلك الجوانب المنتظمة والعلاقات والأنماط) في المسائل أو المواقف.
* تبسيط أي موقف أو مسألة لجعلها قابلة للتحليل الرياضي، ( التحليل)
* تحديد القيود والفرضيات التي تقف خلف أي نمذجة رياضية وتبسيطات تم جمعها من المجال.
* تمثيل الموقف رياضياً، باستخدام المتغيرات والرموز والمخططات والنماذج القياسية المناسبة.
* عرض المسألة بأسلوب مختلف، بما في ذلك تنظيمها طبقاً للمفاهيم الرياضية وعمل الفرضيات المناسبة.
* فهم وتفسير العلاقات بين لغة المسألة الخاصة بالمجال واللغة الرمزية والرسمية اللازمة للتعبير عن المسألة رياضياً.
* ترجمة المسألة إلى لغة رياضية أو تمثيل رياضي.
* التعرف على جوانب المسألة المناظرة للمسائل المعروفة أم المفاهيم أو الحقائق أو الإجراءات الرياضية.
* الاختيار من بين مجموعة من أدوات الحوسبة الأكثر فاعلية وتوظيفها لتصوير علاقة رياضية متأصلة في مسألة سياقية
* تكوين سلسلة مرتبة خطوة بعد أخرى لتعليمات حل المسائل

**توظيف المفاهيم، والحقائق، والإجراءات، والتفكير**

81. تشير كلمة **توظيف** الواردة في تعريف معرفة الرياضيات إلى قدرة الأفراد على تطبيق المفاهيم والحقائق والإجراءات الرياضية، علاوة على التفكير المنطقي لحل المسائل المصاغة بشكل رياضي، للحصول على نتائج رياضية. وفي عملية توظيف المفاهيم، والحقائق والإجراءات الرياضية، والتفكير المنطقي لحل المسائل، يقوم الأفراد بالإجراءات الرياضية اللازمة للتوصل إلى النتائج وإيجاد حل رياضي (مثل إجراء العمليات الحسابية، وحل المعادلات، التوصل إلى الاستنتاجات المنطقية من الفرضيات الرياضية، وإجراء التعاملات الرمزية بمهارة، واستخلاص المعلومات الرياضية من الجداول والرسوم البيانية، والتعبير عن الشكل في الفراغ وتعديله، وتحليل البيانات). ويعمل الطلبة على نموذج مسألة، ويقررون الجوانب المنتظمة، وتحديد الصلات بين الكيانات الرياضية، وإنشاء البراهين الرياضية.

تشمل عملية توظيف المفاهيم والحقائق والإجراءات والتفكير المنطقي، أنشطة كثيرة مثل:

* إجراء حسابات بسيطة
* التوصل إلى نتائج بسيطة
* اختيار الاسترتيجيات المناسبة من قائمة الاستراتيجيات، وتطبيقها
* وضع استراتيجيات لإيجاد حلول رياضية وتنفيذها
* استخدام الأدوات الرياضية ، بما فيها التكنولوجيا ، بغرض المساعدة في إيجاد حلول دقيقة أو تقريبية
* تطبيق الحقائق الرياضية والقواعد والخوارزميات والتراكيب الرياضية عند ايجاد الحلول
* التعامل بمهارة مع الأعداد والرسومات والبيانات الإحصائية والمعلومات والتعابير الجبرية والمعادلات والتمثيلات الهندسية.
* إنشاء الرسومات والمخططات الرياضية والبيانية والمحاكاة واستخراج المعلومات الرياضية منها .
* استخدام التمثيلات المختلفة والقدرة على التنقل بينها بمهارة اثناء عملية الحل
* صياغة تعميمات بالاعتماد على نتائج تطبيق الإجراءات الرياضية لإيجاد الحلول.
* التفكير في البراهين الرياضية وتفسير النتائج الرياضية وتبريرها.
* تقييم أهمية الأنماط الملاحظة ( أو المقترحة) وانتظام البيانات

**تفسير وتطبيق وتقييم النتائج الرياضية**

82. تركز كلمة "**تفسير" ( وتقييم)،** الواردة في تعريف معرفة الرياضيات، للإشارة إلى كفاءة الأفراد في التفكير في الحلول أو النتائج الرياضية، وتفسيرها في مجال المسائل الواقعية التي كانت نقطة بداية المسألة. ويشمل ذلك ترجمة الحلول الرياضية أو التفكير مرة أخرى في مجال المسألة، وتحديد ما إذا كانت النتائج معقولة ومنطقية كحل للمسألة. **تفسير**، **وتطبيق، وتقييم** الناتج الرياضي تشمل كلا من عنصري التفسير و التقييم المشار إليهما في دورة النمذجة الرياضية. وقد يكلف الأفراد المشتركين في هذه العملية بإنشاء وتقديم تفسيرات وبراهين في مجال المسألة، والتفكير في عملية النمذجة ونتائجها. خاصة وأن عملية تفسير وتطبيق وتقييم النتائج الرياضية تشمل أنشطة مثل:

* تفسير المعلومات المقدمة في الرسوم البيانية والأشكال
* تقييم الناتج الرياضي على ضوء ما يقتضيه السياق
* تفسير النتيجة الرياضية عكسيا على السياق الواقعي للمسألة.
* تقييم معقولية الحل الرياضي في سياق العالم الواقعي
* فهم كيفية تأثير العالم الواقعي على النتائج وعلى أي إجراء أو نموذج رياضي، لإصدار أحكام مرتبطة بالمجال عن الكيفية التي ينبغي بها تعديل النتائج أو تطبيقها.
* تفسير سبب اعتبار أية نتائج أو استنتاجات منطقية أو غير منطقية في سياق المسألة
* فهم مدى وحدود المفاهيم والحلول الرياضية
* نقد وتعريف حدود النموذج المستخدم في حل المسألة.
* اتباع الاستدلال الرياضي والتفكير الحسابي للتوصل إلى التوقعات، ولتقديم البراهين، والاختبار ومقارنة الحلول المقترحة.

**المعرفة بمحتوى الرياضيات**

83. يُعد فهم محتوى الرياضيات والقدرة على تطبيق هذه المعرفة في حل المسائل ذات المجال الهادف أمراً مهماً للمواطنين في العالم المعاصر. وهذا يعني أن يفكر الشخص رياضيا، وأن يدرك أنه في كل المواقف سواء الشخصية أو المهنية أو المجتمعية أو العلمية يوجد دائما حاجة للفهم الرياضي والمعرفة الرياضية .

84. إن هدف اختبار PISA هو تقييم معرفة الرياضيات، لذلك تم اقتراح بناء تنظيمي للمعرفة بمحتوى الرياضيات، بناءً على الظواهر الرياضية، التي تمثل الأساس لمجموعة واسعة النطاق من المسائل. إن هذا التنظيم للمحتوى ليس بالشيء الجديد، فقد تم الحديث عنه في الإصدارين الشهيرين: على أكتاف العمالقة: مناهج جديدة للعد الرقمي (Steen، 1990) والرياضيات: علم الأنماط (Devlin، 1994).

85. يتم استخدام فئات المحتوى التالية ) تم استخدامها في عام 2012) ومرة أخرى في PISA 2021 لتعكس كل من الظواهر الرياضية التي تكمن وراء فئات واسعة من المشاكل ، ووراءوالبنية العامة للرياضيات ، والسلاسل الرئيسة للمناهج المدرسية النموذجية. تميز هذه الفئات الأربع نطاق المحتوى الرياضي الذي يعد محوريًا في المجال وتوضح المساحات الواسعة للمحتوى المستخدم في أسئلة الاختبار لـ PISA2021 والتي ستتضمن عناصر PISA-D لزيادة الفرص في الطرف الأدنى للأداء:

* التغيير والعلاقات
* الفراغ والشكل
* الكمية
* الارتياب والبيانات

86. وبهذه الفئات الأربعة، يمكن تنظيم المجال الرياضي بطريقة تضمن توزيع الأسئلة في المجال، وتركز على الظواهر الرياضية المهمة، لكن في الوقت ذاته، تتجنب الإفراط في التصنيف الدقيق الذي قد يعوق التركيز على على المسائل الرياضية الغنية الصعبة القائمة على مواقف حقيقية.

87. وفي حين يُعد تصنيف فئات المحتوى مهماً لوضع الأسئلة واختيارها، ولإعداد تقارير بنتائج التقييم، من الجدير بالذكر أن بعض موضوعات المحتوى المحددة يمكن أن تصنف في أكثر من فئة من فئات المحتوى. على سبيل المثال، يتضمن سؤال PISA الذي يحمل اسم "قطع البيتزا" تحديد أي من قطعتي البيتزا المستديرتين ذات الأقطار المختلفة والتكلفة المختلفة لكن بالسُمك ذاته، هي الأفضل من حيث القيمة (راجع الملحق لاستعراض هذا السؤال وتحليل خصائصه). ويعتمد هذا السؤال على العديد من مجالات الرياضيات، فمن ناحية يمكن تحليله باستخدام القياس والتحديد الكمي (القيمة مقابل النقود، والتفكير المنطقي المتناسب والحسابات الرياضية)، من ناحية أخرى ، يمكن تحليله كحالة تغيير وعلاقات (من حيث العلاقات بين المتغيرات وكيف تتغير الخصائص ذات الصلة من الأصغر وهو هنا قطعة البيتزا الصغيرة إلى الأكبر وهو هنا قطعة البيتزا الكبيرة). وقد تم تصنيف هذا السؤال في النهاية على أنه سؤال في التغيير والعلاقات، حيث أن مفتاح هذه المسألة يكمن في قدرة الطلبة على ربط التغيير في مساحة قطعتي البيتزا (نتيجة التغيير في الأقطار) وما يقابله من تغير في السعر. وأصبح من البديهي أن أي سؤال آخر يشمل مساحة الدائرة قد يتم تصنيفه ضمن أسئلة الفراغ والشكل .

88. يجري تنظيم مناهج الرياضيات المدرسية الوطنية عادة حول مسارات المحتوى الأكثر شيوعًا: الأعداد والجبر والدوال والهندسة ومعالجة البيانات، وتساعد قوائم الموضوعات التفصيلية على صياغة توقعات واضحة . وكان الغرض من تصميم هذه المناهج هو تزويد الطلبة بالمعارف والمهارات التي تتناول وتعالج نفس الظواهر الرياضية الأساسية والتي تنظم محتوى PISA. . والنتيجة هي أن نطاق المحتوى الناشئ عن تنظيمه بالطريقة التي يقوم بها PISA يتماشى بشكل وثيق مع المحتوى الموجود عادة في مناهج الرياضيات الوطنية. . يدرج هذا الإطار مجموعة من موضوعات المحتوى المناسبة لتقييم معرفة الرياضيات لدى الطلبة الذين تبلغ أعمارهم 15 عامًا ، استنادًا إلى تحليلات المعايير الوطنية في أحد عشر دولة.

89. وتعكس فئات محتوى الرياضيات العامة وموضوعات المحتوى الأكثر تحديداً وملاءمة للطلبة في سن 15 عاماً ، والوارد وصفها لاحقاً في هذا القسم، مستوى واتساع المحتوى المؤهل لإدراجه في دراسة PISA2021 . وتتم إضافة توصيف لكل فئة من فئات المحتوى، وارتباط كل منها بالتفكير بحل المسائل ذات المعنى، ثم تلي ذلك تعريفات أكثر تحديداً لأنواع المحتوى المناسبة لإدراجها في تقييم مهارات الرياضيات لدى الطلبة ذوي 15 عاماً، سواء داخل المدسة أو خارجها.

90. تم تحديد موضوعات أربعة مع التركيز بشكل خاص على الاختبار الدولي لتقييم الطلبة PISA2021 ، هذه الموضوعات ليست فئات محتوى رياضيات جديدة، لكن هذه الموضوعات تقع ضمن فئات المحتوى الحالية التي تستحق التأكيد أو التركيز عليها بشكل خاص. تعرض هذه الموضوعات الأربعة في ( Mahajan et al Pisa2021 ) و قدمت ليس فقط بصفتها مواقف حقيقية يواجهها البالغون في حياتهم ، ولكن أيضا بصفتها ضمن أنواع الرياضيات اللازمة في المجالات الجديدة الناشئة في الاقتصاد مثل صناعة التكنولوجيا والتصنيع....الخ وهذه المجالات الأربعة هي :

* ظاهرة النمو ( التغيير والعلاقات)
* التقريب الهندسي ( الفراغ والشكل)
* المحاكاة الحاسوبية ( الكمية)
* اتخاذ القرارات المشروطة ( الارتياب والبيانات)

**التغيير والعلاقات**

91. تعرض العوالم سواء الطبيعية أو التي تصممها اليد البشرية، العديد من العلاقات المؤقتة والدائمة بين الكائنات والظروف ، حيث تحدث التغييرات داخل أنظمة الكائنات المترابطة، أو في الظروف التي تؤثر فيها العناصر على بعضها البعض. في كثير من الحالات ، تحدث هذه التغييرات بمرور الوقت ، وفي حالات أخرى تكون التغييرات في عنصر واحد، أو في كمية مرتبطة بالتغييرات في كائن آخر. بعض هذه الحالات ينتج عنها تغيير منفصل ، وفي حالات أخرى يكون التغيير مستمر. وتختلف طبيعة العلاقات فبعضها ذات طبيعة دائمة أو ثابتة. إن معرفة المزيد عن التغيير والعلاقات يتطلب فهم الأنواع الأساسية من التغيير وتمييزها عند حدوثها من أجل استخدام النماذج الرياضية المناسبة لوصف التغيير والتنبؤ به. وهذا يعني رياضيا نمذجة التغيير والعلاقات مع الدوال والمعادلات المناسبة ، وكذلك الإنشاء والتفسير والترجمة بين التمثيلات الرمزية والرسمية للعلاقات.

 92. في بيئات متنوعة مثل نمو الكائنات الحية، والتغير الموسمي، والدورات ،وأنماط الطقس، ومستويات العمالة، والظروف الاقتصادية، نجد التغيير والعلاقات في منتهى الوضوح. وتعد جوانب المحتوى الرياضي التقليدي للدوال والجبر، بما في ذلك التعبيرات الجبرية، والمعادلات، وأوجه عدم المساواة ، والتمثيلات الجدولية والرسوم البيانية ، أساسيةً في وصف ونمذجة وتفسير ظواهر التغيير. وتأتي أهمية الأدوات الحسابية من كونها توفر وسيلة لتصور التغيير والتفاعل معه ومع العلاقات. ويعد إدراك كيف ومتى يمكن للجهاز الحسابي زيادة واستكمال المفاهيم الرياضية، مهارة تفكير حسابي مهمة.

 93. تُستخدم أيضًا تمثيلات البيانات والعلاقات الموصوفة باستخدام الإحصائيات لتصوير وتفسير التغيير والعلاقات. كما أن إرساء قواعد ثابتة في أساسيات العدد والوحدات شيء ضروري أيضًا لتحديد وتفسير التغيير والعلاقات. تنشأ بعض العلاقات المثيرة للاهتمام من القياس الهندسي ، مثل الطريقة التي قد ترتبط فيها تغييرات في محيط مجموعة من الأشكال بالتغيرات في المساحة ، أو العلاقات بين أطوال جوانب المثلثات.

94. **ظواهر النمو**: يتطلب فهم مخاطر أوبئة الأنفلونزا وتفشي البكتيريا ، وكذلك تهديد تغير المناخ، ان يفكر الناس ليس فقط بالعلاقات الخطية، بل إدراك ان هذه الظواهر تحتاج إلى نماذج علاقات غير خطية (غالبًا ما تكون أسية ) . صحيح أن العلاقات الخطية شائعة ويسهل التعرف عليها وفهمها، ولكن أخذ العلاقات الخطية كحالة افتراضية يمكن أن يكون خطيرًا. ومن الأمثلة المناسبة على النهج الخطي، والمثال المحتمل استخدامه من قبل الجميع هو تقدير المسافة المقطوعة باستغراق أوقات مختلفة عند السير بسرعة معينة. يوفر مثل هذا التطبيق تقديرًا معقولًا طالما ظلت السرعة ثابتة نسبيًا. ولكن مع أوبئة الأنفلونزا ، على سبيل المثال ، فإن هذا النهج الخطي من شأنه أن يقلل بشكل كبير من عدد المرضى في 5 أيام بعد بداية تفشي المرض. هنا يكمن الفهم الأساسي للنمو غير الخطي (بما في ذلك التربيعية والأسية) ومدى سرعة انتشار العدوى بالنظر إلى أن معدل التغيير يزداد من يوم لآخر، وهذا أمر بالغ الأهمية. انتشار عدوى زيكا هو مثال مهم على النمو الأسي. إن فهم هذه النقطة بهذا الشكل ساعد الطواقم الطبية لفهم الخطر الكامن والحاجة إلى التصرف السريع.

95. إن تحديد ظواهر النمو بصفتها نقطة محورية، في فئة محتوى التغيير والعلاقات، ليس إشارة إلى وجود توقع بأن الطلبة المشاركين يجب أن يكونوا قد درسوا الدالة الأسية، وبالتأكيد لن تتطلب الأسئلة معرفة الدالة الأسية. بل إن ما يتوقع هو أن تكون هناك أسئلة تفترض من الطلبة:

 (أ) إدراك أنه ليس كل نمو هو نمو خطيً

 (ب) أن النمو غير الخطي له آثار خاصة وعميقة على الطريقة التي نفهم بها مواقف معينة

 (ج) نأخذ بعين الاعتبار المعنى البديهي "للنمو الأسي" بصفته معدل نمو سريع للغاية ، على سبيل المثال في مقياس الزلازل ، كل زيادة بمقدار وحدة واحدة على مقياس ريختر لا تعني زيادة متناسبة في تأثيرها ، ولكن بنسبة 10 ، 100 ، و 1000 مرة الخ

**الفراغ والشكل**

96., يشمل الفراغ والشكل مجموعة واسعة من الظواهر التي نقابلها في أي مكان في عالمنا المادي المرئي : أنماط وخصائص الأشياء، والمواقف والاتجاهات وتمثيل الأشياء، وفك تشفير وترميز المعلومات المرئية، والتصفح والتفاعل الديناميكي مع الأشكال الفعلية، إضافة إلى التمثيلات والحركات والإزاحة والقدرة على التوقع. وتمثل الهندسة أساساً مهماً للفراغ والشكل، غير أن هذه الفئة تمتد لتصل ما وراء الهندسة التقليدية من حيث المحتوى والمعنى والطريقة، إذ تعتمد على عناصر أخرى من باقي المجالات الرياضية كالتصوير الفراغي والقياس والجبر. على سبيل المثال، قد تتغير الأشكال وقد تتحرك إحدى النقاط بطول مكان هندسي، ومن ثم تتطلب بعض مفاهيم الدالة. وتُعد صيغ القياس أساسية في هذا المجال. يتم تضمين التعرف على الأشكال ومعالجتها وتفسيرها في الإعدادات التي تتطلب أدوات تتراوح من برنامج الهندسة الديناميكية إلى أنظمة تحديد المواقع العالمية (GPS) ، وبرامج التعلم الآلي في فئة هذا المحتوى.

97. ويفترض البرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA أن فهم مجموعة من المفاهيم والمهارات الأساسية أمرٌ مهم لمعرفة الرياضيات المرتبطة بالفراغ والشكل. وتشمل معرفة الرياضيات في مجال الفراغ والشكل مجموعة من الأنشطة مثل فهم المنظور (على سبيل المثال في الألوان)، وإعداد وقراءة الخرائط، وتغيير الأشكال باستخدام التكنولوجيا أو بدونها، وتفسير المشاهد ثلاثية الأبعاد من مختلف المناظير، وإنشاء تعبيرات عن الأشكال.

98. التقديرات الهندسية: عالم اليوم مليء بالأشكال التي لا تتبع الأنماط التقليدية للمساواة والتماثل والتناظر. نظرًا لأن الصيغ البسيطة لا تتعامل مع عدم الانتظام أو اللا قياسية ، فقد أصبح من الصعب فهم ما نراه ونجد مساحة أو حجم الهياكل والتراكيب الناتجة. على سبيل المثال ، يتطلب العثور على الكمية المطلوبة من السجاد في مبنى تكون للشقق فيه زوايا حادة جنبًا إلى جنب مع منحنيات ضيقة مقاربة مختلفة عن الحالة في غرفة مستطيلة الشكل عادة.

99. يشير تحديد التقديرات الهندسية كنقطة محورية لفئة محتوى المساحة والشكل إلى ضرورة تمكين الطلبة من استخدام فهمهم لظواهر الفراغ والشكل التقليدية، في مجموعة من المواقف المعتادة.

**الكمية**

100. لعل مفهوم الكمية هو الجانب الرياضي الأوسع انتشاراً وأهمية حتى تتاح لنا المشاركة في عالمنا والتفاعل معه. ويشمل هذا المفهوم تحديد كميات خصائص الأشياء والعلاقات والمواقف والكيانات الموجودة في العالم، وفهم التمثيلات المختلفة لهذه الكميات، والحكم على التفسيرات والبراهين القائمة على الكمية. ويشمل الارتباط بالتحديد الكمي للعالم فهم المقاييس والأعداد والمقادير والوحدات والمؤشرات والحجم النسبي والاتجاهات والأنماط الرقمية. وتعد مجالات التفكير المنطقي الكمي – كالوعي بالأعداد و التمثيلات المتعددة عن الأعداد، والمرونة في الحساب، والحساب الذهني، وتقدير وتقييم معقولية النتائج – هي جوهر مهارات الرياضيات المرتبطة بالكمية.

101. **القياس الكمي** هو الطريقة الأساسية لوصف وقياس مجموعة واسعة من سمات جوانب العالم فهو يسمح بنمذجة المواقف ، وقياس التغيير والعلاقات ، ووصف ومعالجة الفراغ والشكل ، وتنظيم وتفسير البيانات وقياس وتقييم الارتياب. وهكذا ، فإن المعرفة الرياضية في مجال الكمية تطبق معرفة الأعداد، والعمليات الرقمية في مجموعة واسعة من المواقف.

102. **المحاكاة الحاسوبية**: في الرياضيات والإحصاء ، هناك مسائل ليس من السهل حلها، لأن الرياضيات المطلوبة معقدة أو تنطوي على عدد كبير من العوامل التي تتعامل معها بنفس النظام، أو بسبب مسائل أخلاقية مرتبطة بالكائنات الحية أو البيئة . إن التعامل مع مثل هذا النوع من المشاكل يتزايد باستمرار في عالم اليوم باستخدام المحاكاة الحاسوبية التي تعتمد على الخوارزميات. وكمثال جيد على ذلك هو استخدام مثل هذه المحاكاة لمساعدة الأفراد على التخطيط لتقاعدهم بحيث يكون لديهم ما يكفي من المال للعيش وتحقيق الأهداف. عدد هذه العوامل التي يجب مراعاتها كبير جدًا. وهي تشمل الدخل وعمر التقاعد والمصروفات المتوقعة وأرباح الاستثمار وقيم سوق الأوراق المالية والعمر المتوقع عند الوفاة ودور الأطفال في تقديم الدعم وما إلى ذلك . وهذه العوامل تتطلب قيمها مجموعة من الافتراضات التي يتعين أن يقوم بها فرد أو أحد برامج الحاسوب. يؤدي تغيير أي من هذه الافتراضات بشكل فردي أو جماعي إلى توفير نتائج مختلفة يمكن تجميعها إحصائيًا لتوفير تقدير إجمالي لمدى إمكانية تحقيق التقاعد، على ضوء الأهداف. يجب أن يفهم مستخدمو برنامج المحاكاة طريقة القيام به وتطبيقه بشكل سليم، ومن ثم تفسير النتائج على أنها الآثار الضمنية لافتراضاتهم .

103. إن تحديد عمليات المحاكاة الحاسوبية كنقطة محورية للمحتوى الكمي، يشير إلى أنه يوجد في سياق تقييم الرياضيات القائم على الحاسوب (CBAM) من PISA والذي يتم استخدامه منذ عام 2021 ، هناك مجموعة واسعة من المشاكل المعقدة، بما فيها وضع الميزانية والتخطيط، التي يمكن للطلبة تحليلها ضمن متغيرات المسألة باستخدام محاكاة الحاسوب المقدمة كجزء من سؤال الاختبار.

104. **الارتياب والبيانات**

في علوم الحياة والتكنولوجيا والحياة اليومية، يُعد الارتياب أمراً مسلماً به. ومن ثم فإنه ظاهرة تمثل جوهر التحليل الرياضي للعديد من المواقف والمسائل، وقد تم وضع نظرية الاحتمالات والإحصاء، بالإضافة إلى تقنيات تمثيل البيانات ووصفها، للتعامل معه. وتشمل فئة المحتوى المسماة بالارتياب والبيانات تمييز مكانة التباين في العمليات، وامتلاك إحساس بكمية هذا التغير، والاعتراف بالارتياب والخطأ في القياس، ومعرفة المزيد عنه . كما يشمل ذلك تشكيل وتفسير وتقييم الاستنتاجات التي تم التوصل إليها من مواقف، و يمثل الارتياب فيها جزء أساسيا. ويُعد التعبير عن البيانات وتفسيرها من الجوانب الأساسية في هذه الفئة (Moore، 1997).

 105. هناك دائما ارتياب في التنبؤات العلمية ونتائج الاستطلاعات وتوقعات الطقس والنماذج الاقتصادية. كما أن هناك تبايناً في عمليات التصنيع ونتائج الاختبارات ونتائج عمليات المسح، كما تُعد البيانات عاملاً أساسياً في العديد من الأنشطة الترفيهية التي يتمتع بها الأفراد. وتقدم مجالات الاحتمالات والإحصاء في المناهج الدراسية التقليدية وسائل رسمية لوصف ونمذجة وتفسير فئة معينة من ظواهر الارتياب، وللتوصل إلى الاستدلالات. إضافة إلى ذلك تسهم المعرفة الجيدة بالأعداد وجوانب الجبر، كالرسوم البيانية والتعبير الرمزي، في تيسير المشاركة في المسائل الواردة في هذه الفئة من فئات المجال.

106. **اتخاذ القرارات المشروطة**: غالبًا ما ينتهي الذهاب إلى الطبيب باتخاذ قرار بشأن ما يجب القيام به بعد ذلك. هل أتناول الدواء؟ بالنظر إلى عمري ، يقول الطبيب إن عليّ أن أعيش 20 عامًا أخرى. السؤال الذي يطرح نفسه - هل يجب أن أتناول جرعة منخفضة من الأسبرين يوميًا؟ يمكن تحسين عملية اتخاذ القرار عن طريق سؤال الطبيب عن المدة التي قد أعيشها دون أن أصاب بنوبة قلبية إذا كان لديّ ضغط دم معين ومعدل ضربات القلب ومستوى الكوليسترول ونسبة الدهون في الجسم. مثل هذا السؤال توفر له نظرية الاحتمال الشرطي أفضل إجابة. يأخذ مثل هذا الاحتمال في الاعتبار المعلومات الإضافية مثل الحالة الصحية للمريض الذي تظهرها اختبارت الدم والاختبارات الأخرى. إذا كانت هناك علاقة بين ضغط الدم ومستوى الكوليسترول ونتائج اختبارات، أخرى تنتج عنها احتمال الإصابة بنوبة قلبية في المستقبل . الاحتمال الشرطي المتوقع قد يغير مثلا العمر المتوقع من 20 سنة إلى 5 سنوات فقط ، مما يؤثر بشكل حاسم ويظهر إن كان عليه تناول الأسبرين كل يوم . يوفر الوسط الشرطي نهجًا غير تقني لتحليل الانحدار.

107. يجب تحليل المتغيرات الثنائية أو متعددة الأشكال بطبيعتها بشكل مختلف عن المتغيرات المستمرة مثل ضغط الدم والعمر. وتميل بعض الأسئلة مثل: هل الأشخاص ذوي العيون الزرقاء غالبا لديهم شعر أشقر ؟ أو كم عدد الطرق التي يمكن بها تنظيم 20 شخصًا في المراكز الـ 11 في فريق كرة القدم؟ هذه الأسئلة هي أمثلة للحالات التي تساعد فيها القواعد الأساسية للتوافق في اتخاذ القرارات. في حالة التصنيف المتقاطع للمتغيرات الفئوية ، مثل العيون الزرقاء أم لا. الشعر الأشقر أم لا ، فهم أنواع مختلفة من النسب المئوية التي يمكن حسابها وما يعنيه كل منها أمر بالغ الأهمية لفهم علم الوراثة المظهري. التوافق ( في كم عدد الترتيبات المختلفة التي يمكن بها وضع 5 عناصر؟ كم عدد التشكيلات أو المجموعات الممكن بها وضع 16 عنصر؟) يساعد أيضا في فهم المواقع الشائعة. إن نظرية اللعبة، نهج أكثر رسمية ويمكن تطبيقه اتخاذ القرار بين عدة خيارات فئوية مثل الفوز مقابل الخسارة، باستخدام العديد من هذه الأساليب نفسها مع الاحتمال الشرطي.

108. تحديد عملية اتخاذ القرارات الشرطية كنقطة محورية للارتياب، وفئة محتوى البيانات، التي تشير إلى أنه من المتوقع أن يفهم الطلبة كيف تؤثر الافتراضات التي بنيت أثناء وضع نموذج ما، على الاستنتاجات التي يمكن استخلاصها. في النماذج الحاسوبية يتم توضيح المنطق الشرطي في التعليمات المحددة للجهاز. وهذه التعبيرات الحسابية قد تكون مفيدة في تقديم القرار الشرطي في عملية أكبر.

**موضوعات المحتوى اللازمة لتوجيه عملية تقييم المعرفة الرياضية للطلبة في سن 15 عاماً**

109. تعكس الموضوعات المحددة المدرجة أدناه القواسم المشتركة الموجودة في توقعات المناهج الدراسية، التي وضعتها مجموعة من الدول. وينظر إلى المعايير التي تم اختبارها لتحديد موضوعات المحتوى أنها دليل، ليس فقط على الرياضيات التي تدرس في الغرفة الصفية في هذه الدول، بل أيضًا أنها مؤشرات لما تعتبره الدول معارف ومهارات مهمة لإعداد الطلبة في هذا العمر من أجل ان يصبحوا مواطنين مشاركين في بناء أوطانهم بفاعلية في، القرن الحادي والعشرين.

110. إن فهم وحل المسائل السياقية التي تنطوي على التغيير والعلاقات، الفراغ والشكل. الكمية، الارتياب والبيانات بشكل فعال، والتعامل مع مجموعة متنوعة من المفاهيم والإجراءات والوقائع والأدوات الرياضية بمستوى مناسب تتطلب مستوى عال من العمق والتطور. كتقييم للمعرفة الرياضية ، يسعى البرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA جاهدا لتقييم مستويات وأنواع الرياضيات المناسبة للطلبة بعمر 15 عامًا من أجل أن يصبحوا مواطنين فاعلين ومشاركين في بناء أوطانهم، ويحملون مهارات القرن الحادي والعشرين، و قادرين على اتخاذ القرارات والأحكام الوجيهة والسليمة. وصحيح أن PISA لم يتم تصميمها لتكون تقييم منبثق عن المنهاج الدراسي، لكنها تسعى جاهدة لتعكس الرياضيات التي من المحتمل أن يمتلك الطلبة الفرصة ليتعلموها في سن ال 15 عام

111. في جانب تطوير الإطار المعرفي العام للبرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA2012 ، ومع التركيز على تطوير تقييم يمثل التفكير المستقبلي المتقدم ويعكس أيضا معرفة الرياضيات التي من المحتمل أن يكون لدى الطلبة بعمر 15 عامًا فرصة لتعلمها ، أجريت تحليلات لعينة نتائج التعلم المرغوبة في أحد عشر دولة لتحديد ما يتم تدريسه للطلبة في الفصول الدراسية في جميع أنحاء العالم، وما هي الدول التي تقدم إعدادًا واقعيًا وهامًا للطلبة أثناء اقترابهم من الالتحاق بأماكن العمل أو القبول في مؤساست التعليم العالي. بناءً على القواسم المشتركة المحددة في هذه التحليلات ، إلى جانب حكم خبراء الرياضيات ، يرد أدناه وصف للمحتوى الذي يُعتبر ملائمًا لإدراجه في تقييم معرفة الرياضيات للطلبة بعمر 15 عامًا في PISA 2012 ، والمستمر إلى PISA2021

112. بالنسبة ل PISA2021 ، تمت إضافة أربعة مواضيع إلى القائمة. وتهدف القوائم التالية إلى توضيح مواضيع المحتوى المدرجة في PISA2021 وليست قائمة شاملة:

* **ظواهر النمو**: أنواع مختلفة من النمو: الخطي، وغير الخطي، والتربيعي والأسي (نمو النظام الذي تكون فيه الكمية المضافة متناسبة مع الكمية الموجودة بالفعل)
* **التقريب الهندسي**: تقريب سمات وخصائص الأشكال والكائنات غير المنتظمة أو غير المألوفة عن طريق تقسيم هذه الأشكال والكائنات إلى أشكال وكائنات مألوفة لك وتحمل صيغ وأدوات ليست غريبة أو جديدة.
* **المحاكاة الحاسوبية**: استكشاف المواقف (التي قد تشمل وضع الميزانيات ، والتخطيط ، وتوزيع السكان ، وانتشار الأمراض ، والاحتمال التجريبي ، ونمذجة وقت رد الفعل ، ...الخ) من حيث المتغيرات وتأثيرها على النتيجة.
* **اتخاذ القرارات الشرطية**: استخدام الاحتمال الشرطي، والمبادئ الأساسية لعلم التوافيق لتفسير المواقف ووضع التنبؤات
* **الدوال:** مفهوم الدالة ، مع التركيز ، على سبيل المثال لا الحصر ، على الدالة الخطية ، وخصائصها ، ومجموعة متنوعة من الأوصاف والتمثيلات الخاصة بها. الصور الشائعة الاستخدام هي لفظية ورمزية وجداول ورسومات
* **التعابير الجبرية:** التفسير اللفظي والتعابير الجبرية ، بما في ذلك الأعداد والرموز والعمليات الحسابية والأسس والجذور البسيطة
* **المعادلات والمتباينات**: المعادلات الخطية والمرتبطة ، ومعادلات الدرجة الثانية البسيطة ، وطرق الحلول التحليلية وغير التحليلية
* **نظم التنسيق**: تمثيل ووصف: البيانات ، والموقف والعلاقات
* **العلاقات داخل العنصر الهندسي الواحد/ والعلاقات بين العناصر فيما بينها في بعدين وثلاثة أبعاد**: علاقات ثابتة مثل الروابط الجبرية بين عناصر الأشكال (مثل نظرية فيثاغورس على أنها تحدد العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث القائم) والموضع النسبي والتشابه والتطابق، والعلاقات الديناميكية التي تنطوي على تحول وحركة الكائنات، وكذلك التناظر بين الأجسام ثنائية وثلاثية الأبعاد
* **القياس:** القياس الكمي لميزات الأشكال نفسها وفيما بينها وبين الأشكال الأخرى، مثل مقاييس الزاوية والمسافة والطول ومحيط الدائرة والمساحة والحجم
* **الأعداد والوحدات**: مفاهيم وتمثيل الأعداد وأنظمة الأعداد (بما في ذلك التحويل بين أنظمة الأعداد) ، بما في ذلك خصائص الأعداد الصحيحة والأعداد النسبية ، والجوانب ذات الصلة بالأعداد غير النسبية ، وكذلك الكميات والوحدات التي تشير إلى ظواهر مثل الوقت والمال ، الوزن ودرجة الحرارة والمسافة والمساحة والحجم والكميات المشتقة ووصفها العددي
* **العمليات الحسابية**: طبيعة وخصائص هذه العمليات واصطلاحات الرموز ذات الصلة
* **النسبة والنسب المئوية والتناسب**: الوصف العددي للحجم النسبي وتطبيق النسب والتفكير التناسبي لحل المسائل
* **مباديء العد**: التباديل والتوافيق البسيطة
* ا**لتقدير**: للكميات والتعابير العددية ، بما في ذلك التقريب و الأعداد الكبيرة
* **جمع البيانات وتمثيلها وتفسيرها**: طبيعة وتكوين وجمع أنواع مختلفة من البيانات، والطرق المختلفة لتحليلها وتمثيلها وتفسيرها
* **تباين البيانات ووصفها**: مفاهيم مثل التباين والتوزيع والميل المركزي لمجموعات البيانات ، وطرق وصفها وتفسيرها بالمصطلحات الكمية
* **العينات وأخذ العينات:** مفاهيم العينات، وأخذ العينات من البيانات ، بما في ذلك الاستدلالات البسيطة على أساس خصائص العينات
* **البيانات والاحتمالات**: مفهوم الأحداث العشوائية والتنوع العشوائي والتعبير عنه، والبيانات ومعدل تكرار الأحداث، والجوانب الأساسية لمفهوم الاحتمالات.

**مجالات أسئلة الاختبار والمهارات المختارة في القرن الحادي والعشرين**

113. يقدم تعريف **المعرفة الرياضية** اثنين من الاعتبارات الهامة لأسئلة التقييم الدولي للطلبة PISA. الاعتبار الأول، يوضح التعريف أن المعرفة الرياضية تحدث في مجالات ومواقف العالم الحقيقي. والاعتبار الثاني ، تساعد المعرفة الرياضية الأفراد على معرفة الدور الذي تلعبه الرياضيات في العالم، وتساعدهم على اتخاذ القرارات والأحكام المبنية على أساس متين، والتي يحتاجها مواطنو القرن الحادي والعشرين ليكونوا مواطنين فاعلين . نناقش في هذا القسم كيف تؤثر مجالات العالم الحقيقي وسياقاته، ومهارات القرن الحادي والعشرين على تطوير الأسئلة.

**المجالات:**

114. أحد الجوانب المهمة للمعرفة الرياضية هو أن الرياضيات تُستخدم لحل مسألة محددة في سياق/ مجال ما. المجال هو جانب من جوانب عالم الفرد الذي تحدث فيه المشاكل. وغالبًا ما يعتمد اختيار الاستراتيجيات والتمثيلات الرياضية المناسبة على المجال الذي تنشأ فيه المسألة . إن القدرة على العمل ضمن مجال ما، لها أهمية كبيرة في تحديد متطلبات إضافية في حل المسائل. أنظر(Watson و Callingham 2003 ). للحصول على نتائج حول الإحصاءات. بالنسبة للبرنامج الدولي للاختبار الدولي لتقييم الطلبة PISA ، من المهم استخدام مجموعة واسعة من المجالات. وهذا يوفر إمكانية الاتصال بأوسع مجموعة ممكنة من المصالح الفردية ومع مجموعة من الحالات التي يعمل فيها الأفراد في القرن الحادي والعشرين.

115. في ضوء عدد البلدان المشاركة في البرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA2021، ومع وجود مجموعة متزايدة من المشاركين من البلدان منخفضة ومتوسطة الدخل، بالإضافة إلى إمكانية بلوغ سن 15 عامًا خارج المدرسة ، من المهم أن يولي مطورو المواد عناية كبيرة لضمان وصول المجالات المستخدمة في الأسئلة إلى مجموعة واسعة جدًا من المشاركين. ومن المهم أيضًا أن يظل عبء القراءة للأسئلة معتدلا، بحيث تستمر الأسئلة في تقييم معرفة الرياضيات.

116. تم الاحتفاظ بفئات السياق الأربعة للإطار المعرفي العام في PISA2012 لأغراض الإطار المعرفي العام في PISA2021 للرياضيات ، لأنها تستخدم لإثراء تطوير أسئلة التقييم. تجدر الإشارة إلى أنه على الرغم من أن هذه السياقات تُستهدف بغرض الاطلاع على تطوير الأسئلة ، لا يوجد توقعات بوجود تقارير تعارض هذه المجالات.

117. **المشكلات الشخصية**: تركز المشكلات المصنفة في فئة المجال الشخصي على أنشطة الفرد أو أسرة الفرد أو مجموعة من أقرانه. تشمل أنواع السياقات التي يمكن اعتبارها شخصية ،على سبيل المثال لا الحصر، تلك المتعلقة بإعداد الطعام والتسوق والألعاب والصحة الشخصية والنقل الشخصي والرياضة والسفر والجدولة الشخصية والتمويل الشخصي.

118. **المشكلات المهنية**: تتركز المشكلات المصنفة في فئة المجال المهني على عالم العمل. قد تشتمل العناصر المصنفة على أنها مهنية ،على سبيل المثال لا الحصر، على أشياء مثل قياس وتكلفة وترتيب مواد البناء والرواتب / المحاسبة ومراقبة الجودة والجدولة / الجرد والتصميم / الهندسة المعمارية واتخاذ القرارات المتعلقة بالوظيفة. قد تتعلق السياقات المهنية بأي مستوى من القوى العاملة، من العمال غير المدربين إلى أعلى مستويات العمل المهني، رغم أن الأسئلة الواردة في عملية دراسة PISA يجب أن تكون في مستوى الطلبة ذوي 15 عاماً.

119. **المشكلات المجتمعية**: تركز المشكلات المصنفة في فئة المجال المجتمعي على مجتمع الفرد (سواء كان محليًا أو وطنيًا أو عالميًا). قد تشمل ،على سبيل المثال لا الحصر، أشياء مثل أنظمة التصويت، والنقل العام، والحكومة، والسياسات العامة، والديموغرافيا، والإعلانات، والإحصاءات الوطنية والاقتصاد. على الرغم من أن الأفراد يشاركون في كل هذه الأشياء بطريقة شخصية، في فئة السياق المجتمعي، إلا أن تركيز المسائل ينصب على منظور المجتمع.

120. **السياق العلمي**: المشكلات المصنفة في الفئة العلمية تتعلق بتطبيق الرياضيات على العالم الطبيعي والقضايا والمواضيع المتعلقة بالعلوم والتكنولوجيا. قد تشمل سياقات معينة ،على سبيل المثال لا الحصر، مجالات مثل الطقس أو المناخ، والبيئة، والطب، وعلوم الفضاء، وعلم الوراثة، والقياس وعالم الرياضيات نفسه. إن العناصر الموجودة داخل الرياضيات، حيث تنتمي جميع العناصر المعنية في عالم الرياضيات، تقع ضمن السياق العلمي.

121. يتم ترتيب أسئلة البرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA في وحدات تشترك في مواد التحفيز. لذلك عادة ما تكون جميع الأسئلة في نفس الوحدة تنتمي إلى نفس فئة السياق. ولكن قد تبرز بعض الاستثناءات، فمثلًا قد يتم فحص مادة التحفيز من وجهة نظر شخصية في سؤال واحد، ومن وجهة نظر المجتمع في سؤال آخر. عندما يتضمن سؤال ما بنية رياضية فقط دون الرجوع إلى العناصر السياقية للوحدة التي يقع داخلها، يتم تخصيصه لفئة سياق الوحدة. في الحالة غير العادية للوحدة التي تتضمن فقط بنيات رياضية وتكون بدون الإشارة إلى أي سياق خارج الرياضيات، يتم تعيين الوحدة إلى فئة السياق العلمي.

122. يوفر استخدام فئات المجال هذه الأساس لاختيار مزيج من سياقات الأسئلة، ويضمن أن يعكس التقييم مجموعة واسعة من استخدامات الرياضيات تتراوح بين الاستخدامات الشخصية اليومية، إلى المتطلبات العلمية للقضايا والمشاكل العالمية. إلى جانب ذلك، من المهم أن يتم تعبئة كل فئة من فئات المجال بأسئلة التقييم التي تحتوي على مجموعة واسعة من صعوبات الأسئلة. بالنظر إلى أن الغرض الرئيس من فئات المجال هذه هو تحدي الطلبة واستثارة قدراتهم في مجموعة واسعة من مجالات المسائل، ويجب أن تساهم كل فئة في قياس المعرفة الرياضية بشكل كبير. ولا ينبغي أن يكون الأمر هو أن مستوى صعوبة أسئلة التقييم التي تمثل فئة مجال واحدة أعلى أو أقل منهجية من مستوى صعوبة أسئلة التقييم في فئة أخرى. أي ان يكون مستوى الصعوبة متقاربًا في جميع الفئات

123- عند تحديد المجالات ذات ال

صلة، من الأهمية بمكان مراعاة أن الغرض من التقييم هو قياس استخدام معرفة المحتوى الرياضي ومهاراته التي اكتسبها الطلبة في سن 15 عامًا. وقد تم اختيار مجالات أسئلة الاختبار في ضوء مدى ملاءمتها لاهتمامات الطلبة وحياتهم والمطالب التي سيتم فرضها عليهم عند دخولهم المجتمع كمواطنين يشاركون في بناء أوطانهم بفاعلية.

ويشارك مدراء المشاريع الوطنية من الدول المشاركة في استبانة PISA في الحكم على درجة الصلة هذه.

**مهارات القرن الحادي والعشرين**

 124. هناك اهتمام متزايد في جميع أنحاء العالم بما يسمى مهارات القرن الحادي والعشرين، وإدماجها المحتمل في النظم التعليمية. وقد أصدرت منظمة التعاون والتنمية الاقتصادية منشورًا يركز على هذه المهارات ورعت مشروع بحثي بعنوان "مستقبل التعليم والمهارات: الإطار العام لمنظمة التعاون الاقتصادي والتنمية 2030OECD . وقد شاركت حوالي 25 دولة في الدراسة الوطنية للمناهج، وأوصت بدمج هذه المهارات . وقد ركز المشروع بشكل أساسي على شكل المنهاج في المستقبل، مع التشديد منذ البداية على الرياضيات.

 125. على مدى السنوات الـ 15 الماضية ، سعى عدد من المنشورات إلى توضيح ما يسمى مهارات القرن الحادي والعشرين. وقد تم توفير ملخص للتقارير الرئيسة وتصورها لمهارات القرن الحادي والعشرين في البرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA2021 في الرياضيات . بعد التحليل الدقيق لهذه المنشورات ، أوصى المؤلفون بإمكانية تقديم مسوغات قوية من أجل إدخال مهارات محددة وجديدة من مهارات القرن الحادي والعشرين في مواد دراسية وفي تخصصات محددة. على سبيل المثال، سوف تزداد أهمية تعليم الطلبة في المدرسة كيف يقدمون حججا معقولة ومنطقية، وكيف يثبتون رياضيا صحة هذه الحجج والبراهين ويتأكدون من دقتها. وأن يكون الأساس الذي يستندون إليه نظرية رياضية سليمة ودقيقة وقوية بما يكفي لتحتمل النقد ، وأن يتجنب الإشارة ( كلما أمكن ) إلى المراجع التي يحتكم إليها كالرجوع إلى الشبكة العنكبوتية باستمرار أثناء النقاش . هذا جزء من الكفاءة الأساسية لإصدار أحكام مستقلة وتحمل مسؤوليتها (.(OECD,2005 في السياق الاجتماعي ، لا يكفي أن نكون على صواب، بل على المرء أن يكون قادرًا وجاهزًا لتقديم الحجج والدفاع عنها. إن تعلم الرياضيات، مع وضوح مجالاتها وتأكيدها القوي على التفكير المنطقي والدقة في المستوى المناسب ، يعد فرصة مثالية لممارسة وتطوير القدرة على هذا النوع من الجدال.

 . 126. في العالم الحديث المعاصر، من المهم تزويد الطلبة بالأدوات التي يمكنهم استخدامها للدفاع عن أنفسهم من الأكاذيب. غالبًا ما تكون بعض الطلاقة والمرونة في التفكير المنطقي كافية لكشف الكذب، فالكذبة تخفي عادة بعض التناقضات الخفية. وفي فصول الرياضيات الجيدة يمكن تطوير اليقظة بين العقول الشابة تجاه التناقضات المحتملة بسهولة.

 127. باستخدام منطق الاتحاد بين المهارات العامة في القرن الحادي والعشرين، والمهارات الخاصة بموضوع معين، نتجت 8 مهارات من القرن الحادي والعشرين، تم تحديدها وإدراجها في الإطار العام لبرنامج التقييم الدولي للطلبة في PISA 2021، وهذه المهارات الثمان هي :

* التفكير الناقد
* الإبداع
* البحث والاستعلام
* المبادرة والمثابرة والتوجيه الذاتي
* استخدام المعلومات
* التفكير المنهجي
* التواصل
* التأمل

**اختبار معرفة الرياضيات**

 128. يحدد هذا القسم النهج المتبع لتطبيق عناصر الإطار المعرفي الموصوف في الأقسام السابقة من دراسة PISA2021 .

وهذا يتضمن: هيكلية مكونات الرياضيات في دراسة PISA، التوزيع المرغوب للدرجات على الاستدلال الرياضي، و عمليات حل المسائل، وتوزيع نقاط النتيجة حسب مجال المحتوى، و مناقشة حول مجموعة من صعوبات الأسئلة ، هيكلية أداة الدراسة ، ودور التقييم القائم على الحاسوب للرياضيات ، تصميم أسئلة الاختبار ، والإبلاغ عن مستويات الكفاءة الرياضية.

**هيكلية اختبار الرياضيات في البرنامج الدولي لتقييم الطلبة PISA2021**

129. وفقًا لتعريف المعرفة الرياضية ، يتم تعيين أسئلة الاختبار المستخدمة في أي أدوات يتم تطويرها، كجزء من دراسة PISA في مجال ما. أسئلة الاختبار تتضمن: تطبيق المفاهيم الرياضية المهمة والمعارف والفهم والمهارات (معرفة المحتوى الرياضي)، وهي توضع حسب المستوى المناسب للطلبة الذين تبلغ أعمارهم 15 عامًا ، كما ذكر سابقا

إن الإطار يستخدم في توجيه بنية وهيكلية الاختبار ومحتواه. ومن الضروري أن تتضمن أداة الدراسة، توازنًا مناسبًا للأسئلة التي تعكس مكونات إطار المعرفة الرياضية.

**التوزيع المطلوب للدرجات المسجلة على الاستدلال الرياضي وحل المسائل**

130. يمكن تعيين أسئلة الاختبار في استبانة PISA2021 للرياضيات، إما للتفكير الرياضي أو لإحدى العمليات الرياضية الثلاث المرتبطة بحل المسائل الرياضية. يتمثل الهدف من إنشاء الاختبار في تحقيق توازن يوفر (وزنا متساويا تقريبًا)، للعمليتين اللتين تنطويان على بناء علاقة بين العالم الحقيقي والعالم الرياضي، الذي ينطوي على (صياغة وتفسير / تقييم) والاستدلال الرياضي، والعملية التي تتطلب قدرة الطلبة على العمل على مسألة تمت صياغتها رياضيا. صحيح أن الاستدلال الرياضي في عملية صياغة وتفسير واستخدام الأسئلة يمكن ملاحظته، إلا أنه لن يساهم إلا في مجال واحد.

 الجدول 1: التوزيع التقريبي لتوزيع الدرجات حسب العملية المطلوبة في PISA2021

|  |
| --- |
| النسبة المئوية للدرجات في PISA2021 |
| الاستدلال الرياضي | تقريبا 25 |
| حل المسائل الرياضية:1. صياغة المواقف رياضيا
2. توظيف المصطلحات والحقائق والإجراءات والاستدلال الرياضي
3. تفسير وتوظيف وتقييم النتائج
 | تقريبا 25 تقريبا 25تقريبا 25 |
| المجموع | 100 |

131. ومن المهم أن نلاحظ أن الأسئلة في كل فئة من فئات العمليات لا بد وأن تمتلك قدرا معينا من الصعوبات والمتطلبات الرياضية. وسيناقش هذا بشكل أوسع في جدول متطلبات الاستدلال الرياضي وكل عملية في حل المسائل.

**التوزيع المطلوب للدرجات في فئة المحتوى**

132. تم اختيار أسئلة الرياضيات، في اختبار الرياضيات، لتعكس المعرفة بالمحتوى الرياضي، الموصوف سابقا في هذا الإطار. وأسئلة الاتجاه التي تم اختيارها في PISA2021 سوف يتم توزيعها على فئات المحتوى الأريع، كما يوضح الجدول 2. إن الهدف من بناء هذه الاستبانة هو توزيع الأسئلة حسب فئة المحتوى التي توفر التوزيع المتوازن للدرجات ما أمكن. لأن كل هذه المجالات مهمة من اجل إعداد مواطنين قادرين على القيام بدور بنّاء وفعّال.

الجدول 2: توزيع تقريبي للدرجات في فئة المحتوى في PISA2021

|  |  |
| --- | --- |
| فئة المحتوى | النسبة المئوية للدرجات في PISA2021 |
| التغيير والعلاقات | تقريبا 25 |
| الفراغ والشكل | تقريبا 25 |
| الكمية | تقريبا 25 |
| الارتياب والبيانات | تقريبا 25 |
| المجموع | 100 |

133. من المهم ملاحظة أن الأسئلة عن كل فئة من فئات المحتوى يجب أن تحتوي على قدر من الصعوبة والمتطلبات الرياضية

**مجالات صعوبة الأسئلة**

134. تضم أسئلة الاستبانة في PISA2021 لمعرفة الرياضيات مجالا عريضا من الصعوبات، يوازي مجال القدرات التي يحملها طلبة بعمر 15 عاما. إنها تضم أسئلة تتحدى الطلبة ذوي القدرات الأعلى وأسئلة تلائم الطلبة ذوي القدرات الأقل والأضعف، والذين يتم اختبار معرفتهم الرياضية. من وجهة النظر النفسية، فإن الاستبانة التي تم تصميمها لقياس مجموعة معينة من الأفراد تكون أكثر فاعلية وكفاءة عندما تتطابق صعوبة أسئلة الاختبار مع قدرة المواد المقاسة. إضافة إلى ذلك، فإن مقاييس الكفاءة الموصوفة والتي يتم استخدامها كجزء أساس من عملية الإبلاغ عن نتائج PISA تتضمن فقط تفاصيل مفيدة لجميع الطلبة إذا كانت الأسئلة التي تم منها استنباط أوصاف الكفاءة الخاصة بها، تغطي نطاق القدرات الموصوفة.

135. يصف الجدول 3، نطاق الأفعال المتوقعة من الطلبة في فئة الاستدلال الرياضي وكل عملية من عمليات حل المسائل. هذه القائمة من الأفعال التي تطلب الأسئلة من الطلبة أداءها. ولكل فئة هناك عدد من الأسئلة مشار إليها بـ"\*\*" تشير إلى الأفعال المتوقعة من الطلبة التي ستؤدي المستويات : المستوى a1، والمستوى 1 b، والمستوى c1 بالإضافة إلى المستوى 2 من معيار الفاعلية . ومطلوب من مطوري الأسئلة التأكيد على فاعلية أسئلة الاختبار في النهاية الدنيا من معيار الأداء، مما يمكن الطلبة من ذوي المستويات المنخفضة من إظهار ما هم قادرين على القيام به.

136. من أجل الحصول على معلومات مفيدة عن المستويات المتدنية الجديدة، المستوى 1b، والمستوى 1c، من المهم التأكد ان السياق واللغة لا يتداخلان مع الرياضيات التي يتم اختبارها. ولتجنب ذلك، يجب التعامل مع المجال واللغة بحرص شديد. بكلمات أخرى، يجب أن يبقى السؤال مثيرا لاهتمام الطلبة، لتجنب إمكانية أن يفقد الطلبة الرغبة في محاولة حل السؤال لأنه لا يحمل ما يثير اهتمامهم.

137. يجب أن يكون مجال كلا من المستوى 1b والمستوى اc مواقف حقيقية من حياة الطالب اليومية. هذه المواقف قد تضم المال، ودرجات الحرارة، والطعام، والوقت، والتاريخ، والوزن، والقياس، والمسافة. وكل الأسئلة يجب ان تتناول العالم المادي الملموس وليس المعنوي المحسوس فقط. والتركيز في الأسئلة يجب أن يكون على الرياضيات فقط. ويجب ألا يتداخل فهم السؤال مع طريقة أدائه.

138. ولا يقل اهمية عما ذكر، ان جميع الأسئلة يجب ان تصاغ بأبسط شكل ممكن. فيجب ان تكون الجمل قصيرة مباشرة. ويجب استبعاد الجمل المركبة، والأسماء المركبة، والجمل الشرطية. ويجب ان تختبر المفردات بعناية للتأكد ان الطلبة سوف يفهمون المطلوب فيها بالضبط. بالإضافة إلى ذلك يجب إعطاء اهمية خاصة للتأكد من عدم زيادة صعوبة النصوص المثقلة بالصعوبة أصلا، وذلك في سياقات غريبة على خلفيات الطلبة الثقافية.

138. يجب ان يكون المطلوب في الأسئلة المصممة للمستوى 1c القيام بعملية ذات خطوة واحدة فقط. لكن، من المهم الإشارة إلى أن العمليات ذات الخطوة الواحدة ليست محصورة على الخطوة الرقمية. فقد تكون هذه الخطوة محكومة باختيار أو تعريف بعض المعلومات. يجب استخدام الاستدلال الرياضي وكل عمليات حل المسائل لقياس قدرات المعرفة الرياضية عند طلبة المستويين 1b و 1 c.

الجدول 3 الأفعال المتوقعة للطلبة في الاستدلال الرياضي وكل عملية من عمليات حل المسائل

|  |
| --- |
| ا**لاستدلال** |
| التوصل إلى استنتاجات بسيطة |
| اختيار تعليلات مناسبة |
| تفسير: لماذا تعتبر نتيجة رياضية ما أو استنتاج رياضي معين غير معقول في سياق المسألة |
| تمثيل المسألة بطريقة مختلفة، بما في ذلك تنظيمها وفقا لمفاهيم رياضية معينة وافتراضات مناسبة |
| استخدام التعاريف والقواعد والأنظمة الرسمية وكذلك استخدام الخوارزميات والتفكير الحسابي |
| شرح وتعليل التمثيل والدفاع عنه كتمثيل محدد ومبتكر لحالة واقعية |
| شرح وتعليل العمليات /والإجراءات /أو عمليات المحاكاة المستخدمة لتحديد نتيجة أو حل رياضي |
| تحديد حدود النموذج المستخدم لحل المسألة |
| فهم التعاريف والقواعد والأنظمة الرسمية وكذلك استخدام الخوارزميات والتفكير الحسابي |
| تعليل التمثيل المحدد أو المبتكر لحالة واقعية |
| تعليل العمليات والإجراءات المستخدمة لتحديد النتيجة أو الحل الرياضي |
| التفكير في البراهين الرياضية، وشرح وتعليل النتيجة الرياضية |
| نقد حدود النموذج المستخدم لحل المسألة |
| تفسير النتيجة الرياضية مرة أخرى في سياق العالم الحقيقي من أجل شرح معنى النتائج |
| شرح العلاقات بين لغة مجال ما للمسألة، واللغة الرمزية والرسمية اللازمة لتمثيلها رياضيا |
| التفكير في الحلول الرياضية وخلق تفسيرات وبراهين تدحض أو تؤهل الحل الرياضي لمسألة سياقية |
| تحليل أوجه التشابه والاختلاف بين النموذج الحسابي والمسألة الرياضية التي يصورها |
| شرح طريقة عمل خوارزمية بسيطة واكتشاف وتصحيح الأخطاء في الخوارزميات والبرامج |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **الصياغة** | **التوظيف** | **التفسير** |
| اختيار وصف رياضي أو تمثيلا يصف المسألة | إجراء حسابات بسيطة | ترجمة النتيجة الرياضية مرة أخرى في سياق العالم الحقيقي |
| تحديد المتغيرات الأساسية في النموذج | اختيار استرتيجية بسيطة | تحديد ما إذا كانت النتيجة أو الاستنتاج الرياضي ليست منطقية بالنظر إلى سياق المسألة |
| اختيار تمثيل يناسب سياق المسألة | توظيف وتنفيذ إستراتيجية معينة لتحديد حل رياضي | عين حدود النموذج المستخدم لحل المسألة |
| قراءة وفك رموز صياغة جملة أو سؤال أو تمرين أو عناصر أو صور مفهوم مفيدة في إنشاء نموذج واقعي | عمل رسومات رياضية وبيانية وتراكيب وغيرها ما يتناسب مع المسألة والسياق | استخدم الأدوات الرياضية أو المحاكاة الحاسوبية للتأكد من معقولية الحل الرياضي ومن وجود أية قيود وحدود على هذا الحل بالنظر إلى سياق المشك |
| التعرف على الهيكل الرياضي (بما في ذلك الانتظام والعلاقات والأنماط) في المسائل أو المواقف | فهم واستخدام التراكيب على أساس التعاريف والقواعد والأنظمة الرسمية بما في ذلك استخدام خوارزميات مألوفة | تفسير النتائج الرياضية في مجموعة متنوعة من الأشكال، واستخدام ؛ المقارنة بين تمثيلين أو تقييم تمثيلين أو أكثر فيما يتعلق بموقف ما |
| تحديد ووصف الجوانب الرياضية لحالة مسألة في العالم الحقيقي بما في ذلك تحديد المتغيرات الهامة | تطوير المخططات الرياضية أو الرسوم البيانية أو الإنشاءات أو الحوسبة الفنية واستخراج المعلومات الرياضية منها | استخدام معرفة كيفية تأثير العالم الحقيقي على نتائج وحسابات الإجراء أو النموذج الرياضي من أجل إصدار أحكام سياقية حول كيفية تعديل النتائج أو تطبيقها |
| تبسيط أو حل موقف أو مسألة من أجل جعلها قابلة للتعديل و التحليل الرياضي | التعامل مع الأعداد والمعلومات البيانية والإحصائيةوالتعابير والمعادلات الجبرية ، والتمثيل الهندسي | بناء التفسيرات والبراهين في سياق المسألة |
| التعرف على جوانب المسألة/ المسألة التي تتوافق مع المسائل المعروفة أو المفاهيم أو الحقائق أو الإجراءات الرياضية | توضيح الحل ، و / أو تلخيص وتقديم نتائج رياضية متوسطة | التعرف على، وتفسير امتداد وحدود المفاهيم الرياضية والحلول الرياضية |
| استخدام الأدوات الرياضية (باستخدام المتغيرات والرموز والرسوم التخطيطية المناسبة) لوصف الهياكل و / أو العلاقات الرياضية في مسألة ما | استخدم الأدوات الرياضية ، بما في ذلك التكنولوجيا والمحاكاة والتفكير الحسابي ، للمساعدة في إيجاد حلول دقيقة أو تقريبية | فهم العلاقة بين سياق المسألة وبين تمثيل الحل الرياضي . استخدام هذا الفهم لتفسير الحل في سياق ومقياس جدوى الحدود الممكنة لهذا الحل |
| تطبيق الأدوات الرياضية وأداة الحوسبة لتصوير العلاقات الرياضية |  فهم مجموعة متنوعة من التمثيلات وربطها واستخدمها عند التعاعل مع مسألة ما |   |
| تحديد القيود، و الافتراضات وطرق التبسيط في النموذج الرياضي | التبديل بين التمثيلات المختلفة في عملية إيجاد الحلول |  |
|  | استخدام إجراء متعدد الخطوات يؤدي إلى حل رياضي أو استنتاج أو تعميم |  |
|  | استخدام فهماً للسياق لتوجيه أو تسريع عملية الحل الرياضي ، على سبيل المثال العمل على مستوى السياق المناسب من الدقة |  |
|  | إجراء تعميمات بناءً على نتائج تطبيق الإجراءات الرياضية لإيجاد الحلول |  |

**هيكلية أداة الاستبانة**

**تقييم اختبار الرياضيات القائم على الحاسوب**

140. سيكون الأسلوب الرئيس للتسليم لـ PISA2021 هو الاختبار القائم على الحاسوب للرياضيات (CBAM). وقد تم توقع هذا بعد التحول الكبير إلى الاختبارات القائمة على الحاسوب في العامين 2015 و 2018. من أجل الحفاظ على التوجهات التي طبقت في العامين 2015 و2018 بقي تطبيق التسليم القائم على الحاسوب اختياري، على الرغم من انه كان متاحا ومطبقا. يوفر الانتقال الكامل إلى CBAM في عام 2021 مجموعة من الفرص لتطوير تقييم الإلمام بالمعرفة الرياضية حتى تتوافق بشكل أفضل مع الطبيعة المتطورة للرياضيات في العالم الحديث، مع ضمان التحاق/ الاتجاهات المتخلفة في الدورات السابقة. تتضمن هذه الفرص صياغات أسئلة جديدة (مثل السحب والإفلات) تزويد الطلبة ببيانات من العالم الحقيقي (مثل مجموعات البيانات الكبيرة القابلة للفرز) إنشاء نماذج رياضية أو عمليات محاكاة يمكن للطلاب استكشافها عن طريق تغيير القيم المتغيرة و تركيب منحنى ثم استخدام أفضل منحنى مناسب لعمل تنبؤات. بالإضافة إلى مجموعة واسعة من أنواع الأسئلة والفرص الرياضية التي يوفرها CBAM، فإنه يسمح أيضًا بالتقييم التكيفي.

141. توفر قدرة الاختبار التكيفي ل CBAM، والتي تم تطبيقها في امتحان PISA للقراءة، الفرصة لوصف أفضل لما يستطيع الطلبة في كلا

 طرفي الأداء تحقيقه. وبتزويد الطلبة بالمزيد من وحدات فردية للاختبارات بناء على استجاباتهم ودرجاتهم في اختبارات سابقة، تتكون لدينا زيادة في المعلومات المفصلة عن صفات أداء الطلبة في طرفي الأداء.

142. إن استخدام التحسينات التي توفرها تكنولوجيا الحاسوب تؤدي إلى أسئلة اختبار أكثر تنوعا وأكثر جاذبية وسهولة للطلبة. على سبيل المثال، التمثيلات المتحركة المحفزة لعناصر ثلاثية الأبعاد تستطيع الدوران، او تصميمات أكثر مرونة في الوصول للمعلومات ذات الصلة بالاختبار. تصميم أسئلة جديدة كتلك التي يطلب فيها من الطلبة السحب والإفلات أو استخدام هوت سبوت، هذه الأسئلة المصممة لإشراك الطلبة، تسمح بمدى واسع من أنواع الاستجابات وتقدم صور أكثر تقريبا للمعرفة الرياضية. إن التحدي الأساس هنا هو الذي يؤكد أن هذه الأسئلة مستمرة في تقييم المعرفة الرياضية، وأن تداخل الأبعاد غير ذات الصلة في المجال يوجد في مستواه الأدنى.

143. تظهر الدراسات أن متطلبات العمل للرياضيات تتزايد مع تزايد وجود التكنولوجيا الإلكترونية، بحيث يتم دمج المعرفة الرياضية واستخدام الحاسوب معًا (Hoyles et al.2002) ، بالنسبة للموظفين على جميع المستويات في مكان العمل ، يوجد الآن ترابط بين المعرفة الرياضية واستخدام تكنولوجيا الحاسوب. و يتمثل التحدي الرئيس في التمييز بين المتطلبات الرياضية لسؤال PISA القائم على الحاسوب، والمطالب غير المرتبطة بالكفاءة الرياضية، مثل متطلبات تكنولوجيا المعلومات والاتصالات (ICT) الخاصة بالسؤال، وشكل وتنسيق العرض . يؤدي حل عناصر PISA على الحاسوب بدلاً من الورق إلى نقل PISA إلى واقع ومطالب القرن الحادي والعشرين.

144. تضم الأسئلة الملائمة ل CBAM والتي تدور حول المعرفة الرياضية :

* المحاكاة التي يتم فيها إنشاء نموذج رياضي ويمكن للطلبة تغيير قيم المتغيرات، لاستكشاف تأثير هذه المتغيرات على إنشاء "حل مثالي".
* تركيب منحنى (عن طريق اختيار منحنى من مجموعة محدودة من المنحنيات المقدمة) إلى مجموعة بيانات أو صورة هندسية لتحديد "الأنسب" واستخدام أفضل منحنى ملائم ناتج لتحديد إجابة سؤال حول الموقف.
* وضع الميزانية (على سبيل المثال، متجر على الإنترنت) حيث يجب على الطالب اختيار مجموعات من المنتجات لتحقيق مجموعة من الأهداف ضمن ميزانية معينة.
* محاكاة الشراء التي يختار فيها الطالب من خيارات مختلفة مثل أخذ القروض وسداددها لشراء بضاعة ما باستخدام قرض يلائم الميزانية. إن التحدي في المسألة هو فهم طريقة تفاعل المتغيرات.
* المسائل التي تتضمن الترميز المرئي لتحقيق تسلسل معلوم للإجراءات.

145. على الرغم من أن الفرص التي توفرها CBAM (الموصوفة أعلاه)، من المهم أن يظل CBAM يركز على تقييم المعرفة الرياضية ولا يتحول إلى تقييم مهارات الاتصالات وتكنولوجيا المعلومات. وبالمثل، من المهم ألا تصبح عمليات المحاكاة والأسئلة الأخرى الموضحة أعلاه "صاخبة" بحيث تضيع عمليات الاستدلال الرياضي وحل المسائل.

146. يجب أن يحتفظ CBAM أيضًا ببعض ميزات الإصدار الورقي، على سبيل المثال، القدرة على إعادة النظر في الأسئلة التي تمت محاولة الإجابة عنها بالفعل - على الرغم من أنه في سياق الاختبار التكيفي ، تقتصر هذه السمة الضرورية على الوحدة التي يعمل عليها الطالب.

 **تصميم أسئلة الرياضيات في PISA2021**

**147. هناك 3 أنواع من الأشكال مستخدمة في صياغة أسئلة اختبار المعرفة الرياضية في PISA2021.:**

- الأسئلة المبنية للاستجابة المفتوحة (ذات الإجابة المفتوحة) ، والمبنية للاستجابة المغلقة (ذات إجابة محددة،) والمبنية للاستجابة المختارة (متعددة الخيارات).

* تتطلب أسئلة الاستجابة المفتوحة إجابة مكتوبة موسعة إلى حد ما. . قد تتطلب هذه الأسئلة أن يظهر الطالب الخطوات التي اتبعها في الحل أيضاً او الشرح كيف تم التوصل إلى الإجابة. هذه الأسئلة تتطلب خبراء مدربين من اجل الترميز اليدوي لاستجابات الطلبة. لتسهيل ميزة التقييم التكيفي لـ CBAM، سيكون من الضروري تقليل عدد الأسئلة التي تعتمد على خبراء مدربين لترميز أجوبة.
* توفر الأسئلة المركبة للاجابات المغلقة إعدادًا أكثر تنظيماً لتقديم حل المسائل ، وتنتج إجابة من الطلبة يمكن الحكم على صحتها أو عدم صحتها بسهولة. في كثير من الأحيان يمكن ترميز إجابات الطلبة على الأسئلة من هذا النوع تلقائيًا. الاجابات المغلقة الأكثر استخدامًا هي جواب يتكون من رقم واحد فقط.
* تتطلب أسئلة الاجابة المحددة اختيار إجابة واحدة أو أكثر من عدة خيارات. يمكن عادةً معالجة الإجابات على هذه الأسئلة تلقائيًا. ويتم إدراج واستخدام أشكال هذه الأسئلة في هذه الدراسة بالتساوي.
1. . تتكون دراسة PISA للرياضيات من وحدات تقييم تشتمل على مواد تحفيزية مكتوبة ومعلومات أخرى مثل الجداول أو الخرائط أو الرسوم البيانية، بالإضافة إلى سؤال واحد أو أكثر يرتبط بمواد التحفيز الشائعة هذه. يمنح هذا التنسيق الطلبة الفرصة للمشاركة في سياق ما أو مسألة ما من خلال الاستجابة لسلسلة من الأسئلة ذات الصلة.
2. تمثل الأسئلة المختارة لإدراجها في استطلاع PISA مجموعة واسعة من الصعوبات، لتتناسب مع مجال الاختلافات الواسعة لقدرات الطلبة المشاركين في التقييم. بالإضافة إلى ذلك، يتم تمثيل جميع الفئات الرئيسة للتقييم (فئات المحتوى، والاستدلال الرياضي، وفئات عملية حل المسائل، وفئات المجالات المختلفة ومهارات القرن الحادي والعشرين)، إلى أقصى درجة ممكنة، مع الأسئلةالتي تمثل مجموعة واسعة من الصعوبات. إن صعوبات الأسئلة تبنى باعتبارها واحدة من عدد من خصائص القياس في تجربة ميدانية مركزة واسعة قبل اختيار الأسئلة للدراسةالرئيسة ل PISA. حيث يتم اختيار الأسئلة لإدراجها في أدوات الدراسة PISA بناءً على ملاءمتها لفئات الإطار وخصائص القياس الخاصة به.
3. ان مستوى القراءة اللازم للمشاركة في أحد الأسئلة يعتبر على مستوى كبير من الأهمية عند عملية اختيار السؤال وتطويره. إن الهدف من تطوير السؤال هو جعل صياغة السؤال بسيطة ومباشرة قدر الإمكان. كما أنه يتم توخي الحذر لتجنب مجالات السؤال وسياقاته التي قد تؤدي إلى تحيز ثقافي، ويتم تمحيص جميع الخيارات مع الفرق الوطنية. كما وتتم ترجمة الأسئلة إلى العديد من اللغات بحذر شديد، مع الاستخدام المركز للترجمة العكسية وغيرها
4. سيشمل PISA2021 أداة تتيح للطلبة تقديم إجابات مطبوعة، وإظهار خطوات عملهم بالتفصيل كخطوة تعكس معرفتهم الرياضية. تتيح الأداة للطلبة إدخال النص والأعداد فقط من خلال النقر على زر، ويمكن للطلبة إدخال الكسر، أو الجذر التربيعي أو الأس. تتوفر رموز إضافية مثل pi ورموز أكبر / أقل، وأزرار العمليات الرياضية الأساسية مثل علامات الضرب والقسمة. كما يظهر الشكل 3 أدناه.

الشكل 3 : مثال على أداة التحرير/ الكتابة في PISA2018



**152.** من المتوقع أيضًا أن تتضمن مجموعة الأدوات المتاحة للطلبة آلة حاسبة علمية أساسية. تحتوي على مشغلات العمليات المراد إدراجها هي الجمع والطرح والضرب والقسمة، وكذلك الجذر التربيعي، pi ، الأقواس ، الأس ، المربع ، الكسر (Y/X) ، معكوس (1/X) وسيتم برمجة الآلة الحاسبة بحسب المعيار المستخدم في ترتيب العمليات.

153. ويمكن للطلاب الخاضعين لاختبارات ورقية استخدام حاسبة يدوية، تمت الموافقة على استخدامها من قبل الطلبة في سن 15 عاماً في نظمهم المدرسية.

**تصحيح الأسئلة**

154. على الرغم من أن غالبية إجابات الأسئلة يتم تسجيلها بشكل ثنائي (أي يتم منح درجة او صفر)، يمكن أن تتضمن أسئلة الإجابة المفتوحة أحيانًا منح جزء من الدرجة مما يعطي قدرا من المرونة في تخصيص رصيد للدرجات حسب درجة صحتها ولو كانت الإجابات مختلفة، أو يعطى جزء من الدرجة حسب مدى تعامل الطالب مع السؤال. ويتوقع أن الحاجة إلى تسجيل الدرجات الجزئي سيكون محدد لأسئلة الاستدلال الرياضي والتي نادرا ما تنطوي على استجابة من رقم واحد. بل على الاستجابات التي تحتوي على عنصر او أكثر.

**تقرير الكفاءة في الرياضيات**

155. يتم الإبلاغ عن نتائج دراسة PISA للرياضيات بعدة طرق. ويتم

 1. الحصول على تقديرات تقريبية للكفاءة الرياضية الإجمالية للطلبة الذين تم أخذ عينات منهم في كل دولة مشاركة

 2. ويتم تحديد عدد من مستويات الكفاءة.

 3 يتم تطوير وصف لدرجة المعرفة الرياضية النموذجية للطلبة في كل مستوى. بالنسبة لـ PISA 2021، سيتم توسيع مستويات الكفاءة الستة المبلغ عنها للرياضيات الكلية لـ PISA في الدورات السابقة على النحو التالي: سيتم تغيير اسم المستوى 1 وتسميته بالمستوى 1a ، وسيتم توسيع الجدول الذي يصف الكفاءات ليشمل المستوى 1 b والمستوى 1c كما تمت إضافة هذه المستويات الإضافية لتوفير قدر أكبر من التقسيمات في إعداد تقارير الطلبة الذين يؤدون دراستهم في الطرف الأدنى من مقياس الكفاءة.

155. بالإضافة إلى مقياس الرياضيات الشامل، يتم تطوير مقاييس الكفاءة الإضافية الموضحة بعد التجربة الميدانية، ثم يتم الإبلاغ عنها. هذه المقاييس الإضافية مخصصة للاستدلال الرياضي وللعمليات الثلاث لحل المسائل الرياضية: **صياغة المواقف الرياضية: توظيف المفاهيم الرياضية والحقائق والإجراءات والمنطق؛ وتفسير وتطبيق وتقييم النتائج الرياضي.**

**المعرفة الرياضية واستبانة الخلفية**

157. منذ الدورة الأولى ل PISA ساهمت استبانة الخلفية في خدمة هدفين متداخلين لتحقيق هدف أكبر وأشمل في مجال تقييم الأنظمة التعليمية: الأول وهو استبانات تزود بالمواقف والسياقات التي من خلالها تم تفسير PISA داخل النظم التعليمية نفسها وفيما بينها وبين نظم أخرى، والثاني وهو استبانات تهدف إلى توفير قياس صحيح وموثوق للمؤشرات التعليمية الإضافية. والتي يمكن ان تفيد السياسات والبحوث.

158. نظرًا لأن المعرفة الرياضية هي المجال الرئيس في استبانة عام 2021، من المتوقع ألا توفر استبانات الخلفية بيانات تتناول فقط التراكيب قيد التقييم، ولكن بالإضافة إلى ذلك توفر معلومات غنية حول الابتكارات الواضحة في المعرفة الرياضيةفي الإطار العام ل PISA2021 . ومن المتوقع أن تبرز المعرفة الرياضية بشكل كبير في تحليل التراكيب السياقية الخاصة بالمجال، وكذلك في عدد من الفئات المختلفة للتركيز على السياسات والتي تتراوح من متغيرات على المستوى الفردي مثل الخصائص الديموغرافية، والخصائص الاجتماعية والعاطفية للممارسات المدرسية والسياسات والبنية التحتية ( OECD ،2018 (

159. تم تحديد مجالين عريضين لمواقف الطللبة تجاه الرياضيات والتي تمنعهم من المشاركة المنتجة في الرياضيات ،باعتبارهما يشكلان أهمية وتأثير في تقييم الرياضيات PISA2012. وهذان المجالان هما اهتمامات الطلبة بالرياضيات ، واستعدادهم للانخراط فيها. من المتوقع أن تظل هذه محط تركيز الاستبانات في عام 2021.

160. إن الاهتمام بالرياضيات يحتوي على مكونات تتعلق بالنشاط الحالي والمستقبلي. حيث تركز الأسئلة ذات الصلة على اهتمام الطلبة بالرياضيات في المدرسة، وإن كانوا يرون أنها مفيدة في الحياة الواقعية، وإن كانوا ينوون الانخراط في مزيد من الدراسة في الرياضيات، والمشاركة في وظائف في حقل الرياضيات. وهناك قلق دولي بهذا الشأن، لأنه في العديد من الدول المشاركة، يوجد انخفاض في النسبة المئوية للطلبة الذين يختارون الدراسات المستقبلية المتعلقة بالرياضيات، بينما يوجد حاجة متزايدة للخريجين من هذه المجالات.

161. إن رغبة الطلبة في ممارسة الرياضيات تتعلق وترتبط بالمواقف والعواطف والمعتقدات المتعلقة بالذات، والتي تمنعهم من الاستفادة من المعرفة الرياضية التي اكتسبوها. الطلبة الذين يستمتعون بالنشاط الرياضي ويشعرون بالثقة في القيام بهذا النشاط، من الأرجح أن يستخدموا الرياضيات للتفكير في المواقف التي يواجهونها في مختلف جوانب حياتهم، داخل وخارج المدرسة. أجزاء استطلاع PISA ذات الصلة بهذا المجال تتضمن أسئلة تتعلق بمشاعر الاستمتاع والقلق والثقة والخوف من الرياضيات والمعتقدات المتعلقة بالنظرة إلى النفس والفعالية الذاتية. لقد وجد تحليل قياس التقدم و الأداء المستمر للشبان الأستراليين الذين حقققوا نتائج سيئة في اختبار PISA في سن 15 ، أن أولئك الذين "يدركون قيمة الرياضيات لنجاحهم المستقبلي هم أكثر ميلاً لتحقيق هذا النجاح ، وهم أكثر سعادة في العديد من جوانب حياتهم الشخصية، وكذلك مستقبلهم ومهنهم "(Hillman وThomson ، 2010 ، ص 31 ). ومن توصيات الدراسة إن التركيز على التطبيقات العملية للرياضيات في الحياة اليومية، قد يساعد على تحسين النظرة المستقبلية لهؤلاء الطلبة ذوي الأداء المنخفض.

162. تشير الابتكارات الواضحة في إطار الرياضيات PISA2021 إلى 4 مجالات على الأقل، يمكن أن توفر فيها استبانات الخلفية بيانات غنية. هذه المجالات هي: الاستدلال الرياضي. دور التكنولوجيا في ممارسة الرياضيات وتعليمها؛ التفكير الحسابي ومهارات القرن الحادي والعشرين في مجال الرياضيات.

163. إن تقديم الاستدلال الرياضي هو الأساس في الإطار المعرفي ل PISA2021 للرياضيات وهو يرتكز على فهم ستة "أفكار رياضية كبيرة": الكمية، أنظمة الأعداد، التجريد والتمثيل الرمزي، بنية الرياضيات، العلاقات الوظيفية بين الكميات والنمذجة الرياضية والتباين الإحصائي. ويتم تقييمه من خلال التركيز على مجالات المحتوى الرياضي في المحاكاة الحاسوبية، وظواهر النمو ، واتخاذ القرارات الشرطية ، والتقريب الهندسي، وله تأثيرات على استبانات الخلفية التي ينبغي أن توفر تدابير لفهم فرص الطلبة لتعلم هذه المفاهيم داخل وخارج المدرسة. في حالة المعلمين والتعليم، هناك حاجة إلى فهم أفضل لكيفية رؤيتهم لدور التفكير في الرياضيات بشكل عام، وفي ممارسات التدريس والتقييم الخاصة بهم. بالنسبة للطلبة، ينصب التركيز على مدى تفكيرهم أو مدى عدم تفكيرهم، والفرص المتاحة أمامهم للانخراط في الاستدلال الرياضي داخل الفصل وخارجه.

164. لفت الإطار المعرفي ل PISA2021 للمعرفة الرياضية الانتباه إلى الطرق المختلفة التي تعمل التكنولوجيا من خلالها على تغيير العالم الذي نعيش فيه (مما يتيح الوصول بشكل أكبر إلى المزيد من البيانات التفصيلية بطرق مختلفة، ) و تغيير ما يعنيه أداء الرياضيات. تشمل الأسئلة الرئيسة لاستبانات الخلفية تطوير فهم عميق للإجابة على سؤالين الأول: كيف تتغير خبرات الطلبة في الرياضيات وأداء الرياضيات (إن وجدت) ، والثاني كيف يتطور علم التدريس في الفصول الدراسية بسبب تأثير التكنولوجيا على تعرضنا إلى الرياضيات ، والآثار الرياضية وعلى ما يعنيه أداء العمليات الرياضية . في حالة الطلبة، من المهم أن نفهم بشكل أفضل كيف تؤثر التكنولوجيا على أداء الطلبة والتي يمكن استكشافها في وحدة أداء المهام في إطار الاستبانة. يمكن استكشاف المسائل التربوية في كل من وحدات التعلم والمناهج وممارسات التدريس.

165. التفكير الحسابي هو بُعد متزايد وسريع التطور لكل من الرياضيات والمعرفة الرياضية. يوضح الإطار المعرفي ل PISA2021 للمعرفة الرياضية كيف يؤثر التفكير الحسابي على أداء الرياضيات وممارستها. يمكن لاستبانات الخلفية، ومن خلال القيم والمعتقدات حول التعليم ونماذج عقلية الانفتاح، أن تستكشف تجربة الطالب في دور التفكير الحسابي في أداء الرياضيات.

166. قدم الإطار المعرفي ل PISA2021 للمعرفة الرياضية مجموعة معينة من مهارات القرن الحادي والعشرين كتركيز على الرياضيات، وكنتيجة للرياضيات. ويمكن لاستبانة الخلفية أن تفحص بشكل مثمر ما إذا كانت للرياضيات مساهمة في تنمية هذه المهارات أم لا، وإذا كانت ممارسات التدريس تركز عليها. على وجه الخصوص، يمكن لوقت التعلم ووحدات المنهاج استكشاف ما إذا كانت هذه المهارات تظهر في المنهاج المتبع أم لا.

167. سبق أن اشتملت استبانة الطالب على أسئلة تتعلق بفرصة التعلم. بعض الأسئلة كانت تتعامل مع خبرات تجربة الطالب مع مسائل مختلفة من الرياضيات التطبيقية ، وإلمام الطالب بالمفاهيم الرياضية حسب الاسم وتجربة الطالب في الفصل أو الاختبارات باستخدام نمط أسئلة PISA. . تسمح هذه التدابير بإجراء تحليل أعمق لنتائج PISA ويمكن تغطية الموضوع في عام 2021 أيضًا.

168. ستوفر نتائج دراسة PISA2021 معلومات مهمة لواضعي السياسات التعليمية في الدول المشاركة حول كل من النتائج المتعلقة بالإنجاز والمتعلقة بالسلوك. من خلال الجمع بين المعلومات من تقييم PISA للمعرفة الرياضية، ومعلومات الدراسة حول المواقف والعواطف والمعتقدات التي تجعل الطلبة عرضة لاستخدام المعرفة الرياضية الخاصة بهم وكذلك تأثير التطورات الأربعة المذكورة أعلاه، ستظهر صورة أكثر اكتمالا.

**ملخص**

169**.** يقر الإطار المعرفي العام ل PISA2021 للمعرفة الرياضية، ومع الحفاظ على الاتساق مع الأطر المعرفية العامة السابقة للمعرفة الرياضية، أن العالم يخضع للتغير الدائم، ويحمل هذا التغير معه زيادة الطلب على المواطنين المتعلمين رياضيا والذين يفكرون رياضيا ، بدلا من إعادة إنتاج نفس التقنيات الرياضية كإجراءات روتينية.

170. بما يخص معرفة الرياضيات، فإن هدف PISA هو تطوير مؤشرات تظهر كيف تعمل الدول بفاعلية على إعداد طلبتها لاستخدام الرياضيات في الحياة اليومية، في المجالات الشخصية، والمدنية، والحياة المهنية، لبناء مواطنين يشاركون بفاعلية في البناء في القرن الحادي والعشرين. ولتحقيق ذلك، فإن PISA طورت تعريفا للمعرفة الرياضية، وطورت الإطار العام للاختبار، وهو يعكس المكونات الهامة لهذا التعريف.

171. تهدف عناصر تقييم الرياضيات المحددة لإدراجها في PISA 2021 ، وبناءً على هذا التعريف والإطار ، إلى عكس التوازن بين الاستدلال الرياضي وعمليات حل المسائل والمحتوى الرياضي والسياقات.

172. يوفر CBAM الذي سيتم استخدامه من عام 2021 مسائل في مجموعة متنوعة من تنسيقات الأسئلة، بدرجات متفاوتة من التوجيه المدمج، والبنية، ومجموعة من التنسيقات التي يحتفظ بها طوال فترة التركيز على المسائل الحقيقية، والتي تتطلب من الطلاب التفكير والتعبير عما يفكرون به بشكل واضح.